
Universidad
Tecmilenio

Ejercicio Mental

Universidad Tecmilenio

Te invitamos a que realices el siguiente ejercicio mental, el cual te tomará cinco minutos y te servirá para obtener una mejor claridad en los conceptos que aprenderemos el día de hoy.

Mindfullness con el cuerpo.
https://youtu.be/r-ctqMZnCd8

Universidad Tecmilenio

Métodos cuantitativos para la toma de decisiones

3. Introducción a la teoría de colas

Introducción

La teoría de colas es una herramienta para definir el estado actual de un sistema de filas en una organización, además de ayudarte a elaborar propuestas que conlleven a la mejora sistemática del servicio al cliente.

Explicación

Origen de la teoría de colas

01

El descubrimiento de la teoría de colas se le atribuye a Agner Krarup Erlang (1878-1929), matemático y estadístico oriundo de Dinamarca, que en 1908 se unió a la compañía telefónica de Copenhagen como parte del equipo de científicos colaboradores, y comenzó a desarrollar problemas basados en llamadas telefónicas.

02

Para el año de 1909, llevó a cabo su primera publicación, llamada "Teoría de probabilidad y conversaciones telefónicas". En ella demostraba la existencia de una tendencia en las llamadas telefónicas cuando se hacían en forma aleatoria y adquirían la forma de la distribución Poisson.

03

Posteriormente, en 1919, hizo otra publicación referente a la solución de problemas relacionados con el tráfico de llamadas telefónicas, donde defendió las fórmulas para la pérdida y tiempo de espera, que inmediatamente fueron adoptadas por otras telefónicas en el mundo, principalmente en Gran Bretaña.

04

Con el pasar de los años, Erlang fue distinguido por muchas organizaciones alrededor del mundo por sus contribuciones a la mejora de sistemas de líneas de espera.

05

Una de esas empresas fue Sony Ericsson Mobile Communications AB, la cual nombró con el apellido del matemático danés a su lenguaje del programa para el intercambio electrónico de datos (Electronic Data Interchange, o por sus siglas en inglés, EDI), para su uso en las industrias.

¿Por qué estudiar sistemas de colas?

La idea primordial para estudiar un sistema de colas es conocer el estado actual de un sistema de línea de espera. Partiendo de ello, podremos elaborar estrategias para mejorar el estado actual, siempre que se encuentre lo siguiente.

- Tiempos de espera elevados en la fila.
- Tiempos de espera elevados en el servidor o en la totalidad del sistema.
- Baja utilización del sistema.
- Saturación evidente de entidades en el sistema.

Universidad Tecmilenio

¿Por qué estudiar sistemas de colas?

Entre las razones principales para estudiar un sistema de colas está conocer los siguientes aspectos.

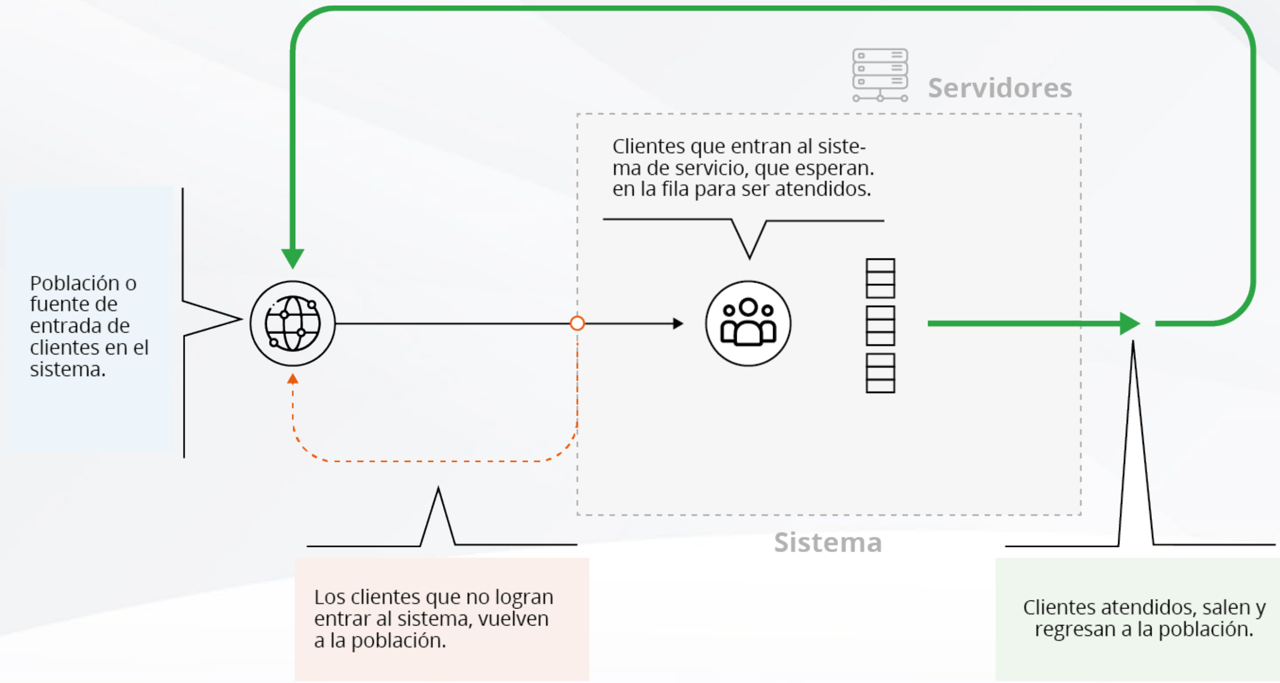
Tiempo de ciclo = tiempo del proceso + tiempo de inspección
+ tiempo de esperas
+ tiempo de movimiento hacia la actividad siguiente.

1. La situación actual (en cuanto al servicio que se brinda).
2. Si el número de servidores o cajeros, con los que se cuenta, es suficiente para satisfacer la demanda.
3. La pérdida de ventas por los clientes que se van al visualizar un sistema lleno.
4. Proponer un escenario en el cual se mejora el servicio al cliente, y se reduzca la pérdida de clientes.

Colas especializadas de Poisson

En un sistema de filas de la distribución Poisson, donde un cliente es elegido de la fila para ser atendido por el primer servidor que se encuentre disponible, la frecuencia de llegadas es λ clientes por hora.

Cabe destacar que los problemas de colas atienden a servidores que se encuentran en paralelo. Los sistemas que poseen servidores en serie pueden ser mejorados empleando la simulación. Incluso la simulación es capaz de atender ambos casos.



Colas especializadas de Poisson

Para definir las características de una línea de espera se utiliza la notación Kendall.

(A/B/c) (K/m/Z)

Donde:

A: distribución de probabilidad del tiempo entre llegadas de las transacciones.

B: distribuciones de probabilidad del tiempo de servicio.

Símbolos que se utilizan en los campos A y B

D: tiempo constante.

Ek: distribución Erlang o gamma del tiempo con parámetro k.

G: distribución general del tiempo de servicio.

GI: distribución general del tiempo entre llegadas.

M: distribución exponencial o de Poisson que describe las llegadas o tiempos de servicio.

c: número de canales de servicio.

K: número máximo de clientes que puede albergar el sistema (incluidos los de la fila y los de los servidores).

m: tamaño de la población (finitas o infinitas).

Z: disciplina de la cola.

Símbolos utilizados en los campos Z

FIFO: primeras entradas, primeras salidas.

LIFO: últimas entradas, primeras salidas.

SEOA: servicio en orden aleatorio.

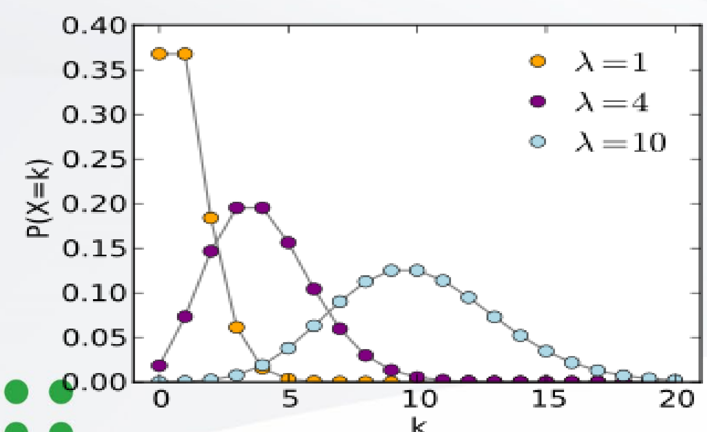
PR: con base en prioridades.

DG: en forma general (cualquier tipo de disciplina).

Actividad

- 1. Realiza un resumen explicando la distribución de Poisson y las principales características de este tipo de distribución de probabilidad discreta.

Distribución Poisson



Universidad Tecmilenio

Universidad Tecmilenio

Métodos cuantitativos para la toma de decisiones

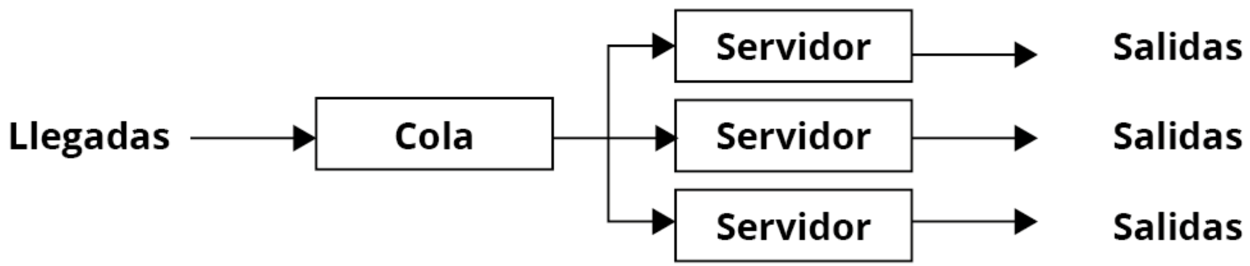
4. Estimación de parámetros para un estudio de teoría de colas

Introducción

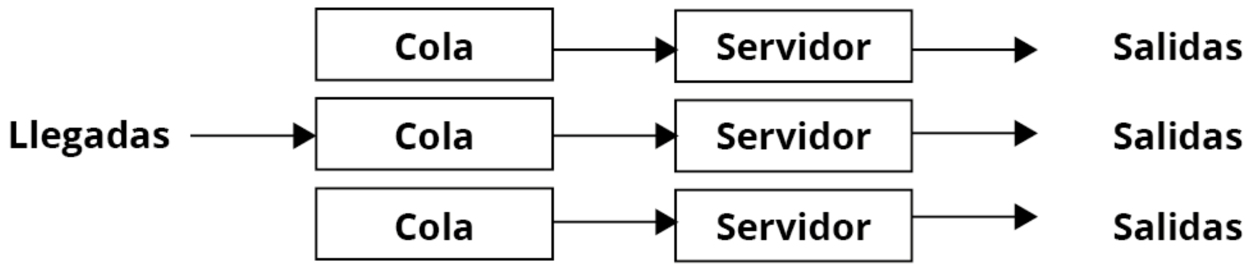
La teoría de colas es una herramienta que te ayuda a saber recolectar la información sobre la tasa de llegada y de servicio, así como el tamaño de fila para tomar las mejores decisiones y mantener un buen servicio al cliente.

Modelo de colas

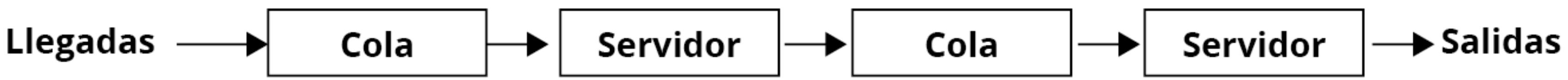
Una cola, múltiples servidores



Varios colas, múltiples servidores



Una cola, servidores secuenciales



Determinación de la tasa de servicio

Para estimar los parámetros necesarios (tasa de servicio, tasa de llegadas y tamaño de la fila) para un estudio de teoría de colas se requiere determinar lo siguiente.

La ubicación de los elementos en el sistema que se está estudiando

Servidores, clientes atendidos, clientes que no logran entrar al sistema, población o fuente de entrada de clientes al sistema, y clientes que entran al sistema de servicio y esperan en la fila para ser atendidos.

El lapso de tiempo en que se presenta el problema

Pueden ser horas pico u horas donde se presente una situación crítica; es decir, donde sea evidente que el servicio no satisface las necesidades de los clientes.

Universidad Tecmilenio

Determinación de la tasa de servicio

La tasa de servicio es un indicador de la eficiencia con la que un operador de un sistema de servicio atiende a los clientes.

Para mejorar la operación de la línea de espera, los analistas se enfocan a menudo en formas de mejorar la tasa de servicios. En general, la tasa de servicios mejora con uno o ambos de los siguientes cambios.

1. Incrementar la tasa de servicios por medio de un cambio de diseño creativo o una nueva tecnología.
2. Agregar uno o más canales de servicio de modo que más clientes puedan ser atendidos al mismo tiempo.

Una vez que se han identificado los elementos del sistema, el horario y los días en que se presenta el fenómeno de estudio, se procede a tomar los tiempos de duración del servicio que brinda el operador (o cajero) a cada cliente que atiende.

Esta puntuación podría tomar cualquier valor en la escala del 15 negativo al 15 positivo.

Universidad Tecmilenio

Desarrollo del modelo de colas

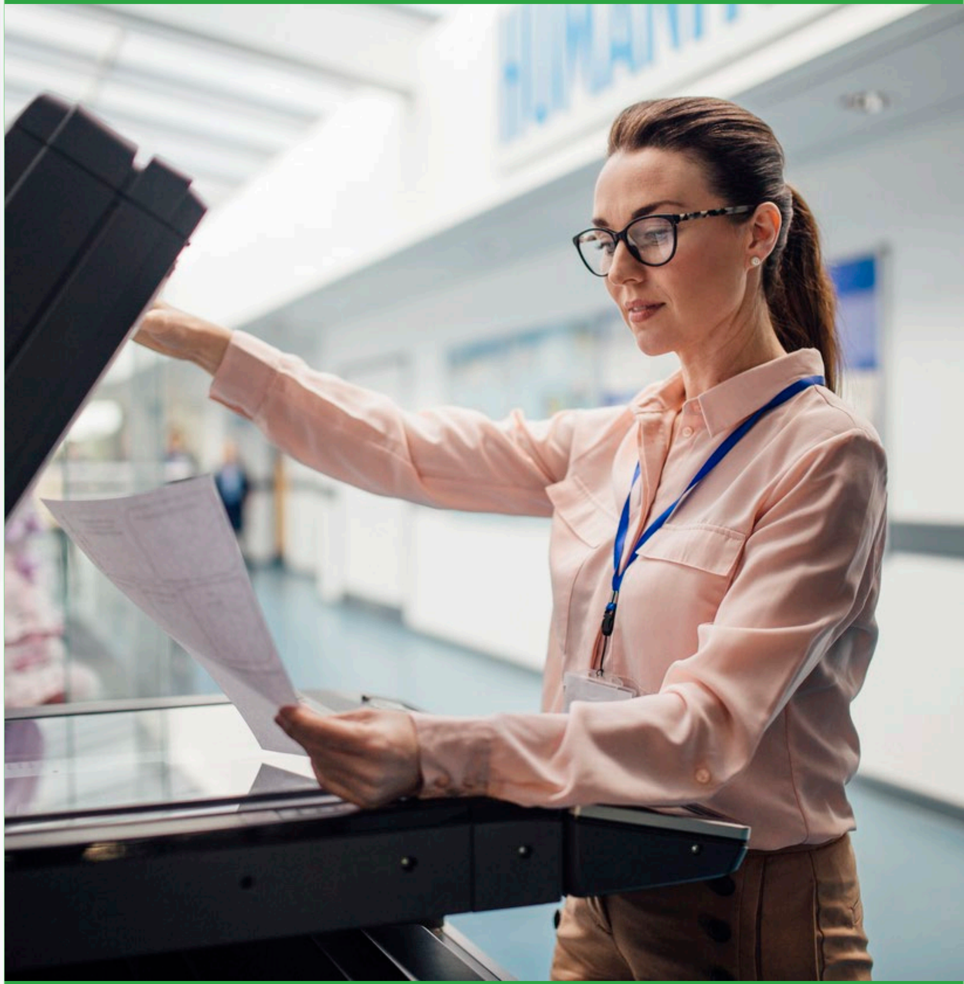
Las fórmulas en la teoría de colas para el modelo de colas M/M/s son las siguientes:

Características Operativas o Medidas de Rendimiento para Modelos de Colas: **M/M/s**			
Tasa de llegada de clientes		λ	
Tasa de servicio		μ	
Numero de servidores		s	
Medidas de Rendimiento	Símbolo	Cantidad de Servidores	
		s = 1	s > 1
Utilización promedio del sistema	ρ	$\frac{\lambda}{\mu}$	$\frac{\lambda}{s\mu}$
		Sí ρ < 1 El sistema es estable. En otro caso, es inestable	
Cantidad promedio de clientes en el Sistema	L	$\frac{\lambda}{\mu-\lambda} = \lambda W = Lq + \frac{\lambda}{\mu}$	$\lambda W = Lq + \frac{\lambda}{\mu}$
Cantidad promedio de clientes en Cola	Lq	$\frac{\lambda^2}{\mu(\mu-\lambda)}$	$\frac{\left(\lambda/\mu\right)^{s}\lambda\,\mu\,P_0}{(s-1)!\,(s\mu-\lambda)^2}$
Tiempo promedio de permanencia en el Sistema	W	$\frac{1}{\mu-\lambda} = \frac{L}{\lambda} = Wq + \frac{1}{\mu}$	$\frac{L}{\lambda} = Wq + \frac{1}{\mu}$

Explicación

Medidas de Rendimiento	Símbolo	Cantidad de Servidores	
		s = 1	s > 1
Tiempo promedio en Cola	Wq	$\frac{\lambda}{\mu(\mu-\lambda)} = \frac{Lq}{\lambda}$	$\frac{Lq}{\lambda}$
Probabilidad que un cliente que llega tenga que esperar	P_w	$\rho = \frac{\lambda}{\mu}$	$\frac{1}{s!}\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^s \left(\frac{s\mu}{s\mu-\lambda}\right) P_0$
Probabilidad que el sistema este vacío	P_0	$1 - \frac{\lambda}{\mu} = 1 - \rho$	$\frac{1}{\left\{\sum_{i=0}^{s-1} \frac{\left(\lambda/\mu\right)^i}{i!}\right\} + \left\{\frac{\left(\lambda/\mu\right)^s}{s!}\left(\frac{s\mu}{s\mu-\lambda}\right)\right\}}$
Probabilidad que haya "n" clientes en el sistema	P_n	$\left(1-\frac{\lambda}{\mu}\right)\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)n = \rho^n P_0$	$\frac{\left(\lambda/\mu\right)^n P_0}{n!}$, Si $n \leq$ s $\frac{\left(\lambda/\mu\right)^n P_0}{s!\, s^{n-s}}$, Si $n >$ s
Probabilidad que el tiempo entre llegadas ocurra entre "a" y "b" unidades de tiempo	$P(a \leq t \leq b)$	$\int_a^b \lambda e^{-\lambda t}\, dt = -e^{-\lambda b} + e^{-\lambda a}$	
Probabilidad que el tiempo de servicio dure entre "a" y "b" unidades de tiempo	$P(a \leq t \leq b)$	$\int_a^b \lambda e^{-\mu t}\, dt = -e^{-\mu b} + e^{-\mu a}$	
Probabilidad que el numero de llegadas X sea igual a "n" en "t" unidades de tiempo	$P\{X = n\}$	$\frac{e^{-\lambda t}(\lambda t)^n}{n!}$	

Actividad



- 1. Realiza el siguiente ejercicio de teoría de colas.

En un servicio de fotocopiado llegan 5 clientes cada hora y el operador de la fotocopiadora puede atenderlos a una tasa de 6 clientes por hora.

Determina.

a) Cantidad de clientes en el sistema
b) Tiempo total que esperan los clientes en el sistema
c) Cantidad de personas formadas en la fila
d) Tiempo en el cual los clientes esperan en fila
e) Porcentaje de uso del servidor
f) Porcentaje de tiempo en el cual el servidor está ocioso
g) Probabilidad de que se encuentren dos clientes en el sistema