



Universidad
Tecmilenio®





Matemáticas computacionales para inteligencia artificial

Fundamentos
matemáticos para el
aprendizaje automático



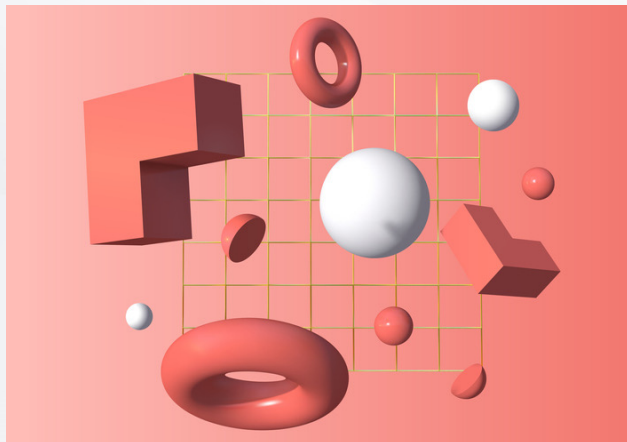
Los seres humanos poseemos la habilidad de realizar abstracciones sobre los fenómenos que nos rodean. Esta capacidad nos permite encontrar soluciones a los problemas que enfrentamos y ha sido un pilar fundamental en nuestra supervivencia como especie.

La humanidad ha evolucionado mucho desde sus primeras etapas, pero el deseo de combinar los pensamientos con los números solo continúa creciendo y se perfecciona con el paso del tiempo.





Pensamiento numérico (representación de sistemas numéricos): consiste en la comprensión del significado y uso de los números y de la notación que los representa. Incluye el entendimiento del propósito, el alcance de las relaciones y operaciones que se realizan entre los números, la ejecución de las diferentes técnicas de cálculo y estimación.



Pensamiento espacial (representación de sistemas geométricos): es el conjunto de los métodos cognitivos que permiten la construcción, representación y manipulación mental de los objetos en el espacio multidimensional. Permite visualizar las relaciones entre estos objetos, sus transformaciones y sus representaciones materiales análogas.





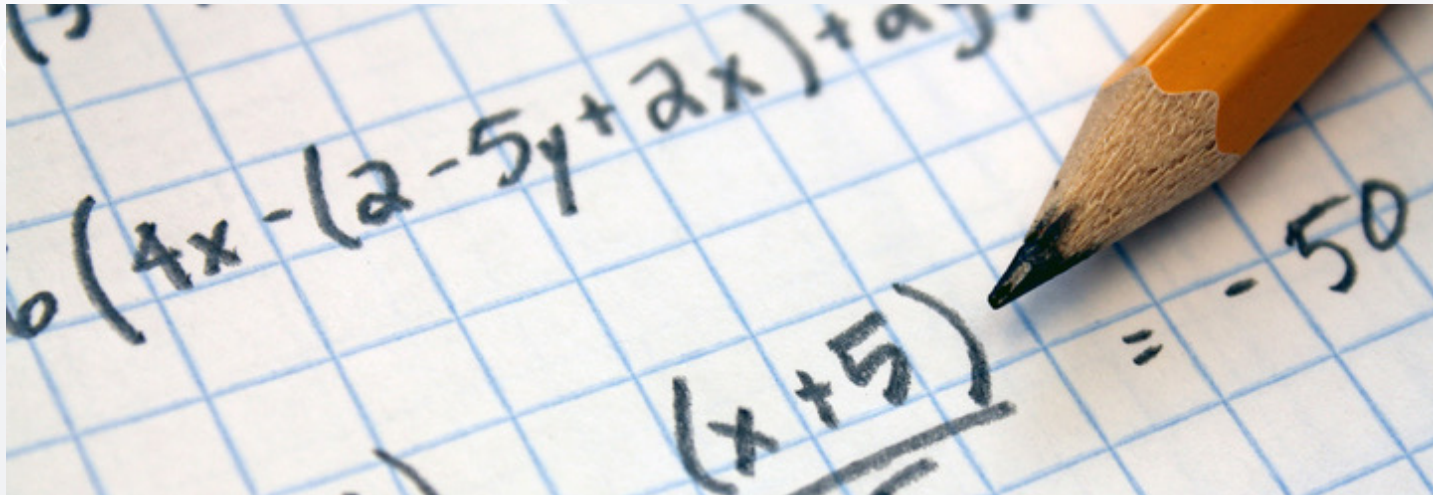
Pensamiento métrico (representación en los sistemas métricos o de medidas): este pensamiento abarca el entendimiento de las cantidades y magnitudes. Representa las operaciones de dimensionado, uso flexible de los sistemas de medidas para diferentes situaciones, la conservación y apreciación de magnitudes, el acortamiento y redondeo, la forma de manejar el error, la valoración de las cifras significativas y la representación de medidas grandes y pequeñas por medio de la notación científica.

El pensamiento aleatorio (representación del azar): consiste en la toma de decisiones en situaciones de riesgo, de incertidumbre o de ambigüedad por la carencia de una información confiable. Es el tipo de pensamiento que prevalece cuando no es posible predecir lo que va a pasar con seguridad.



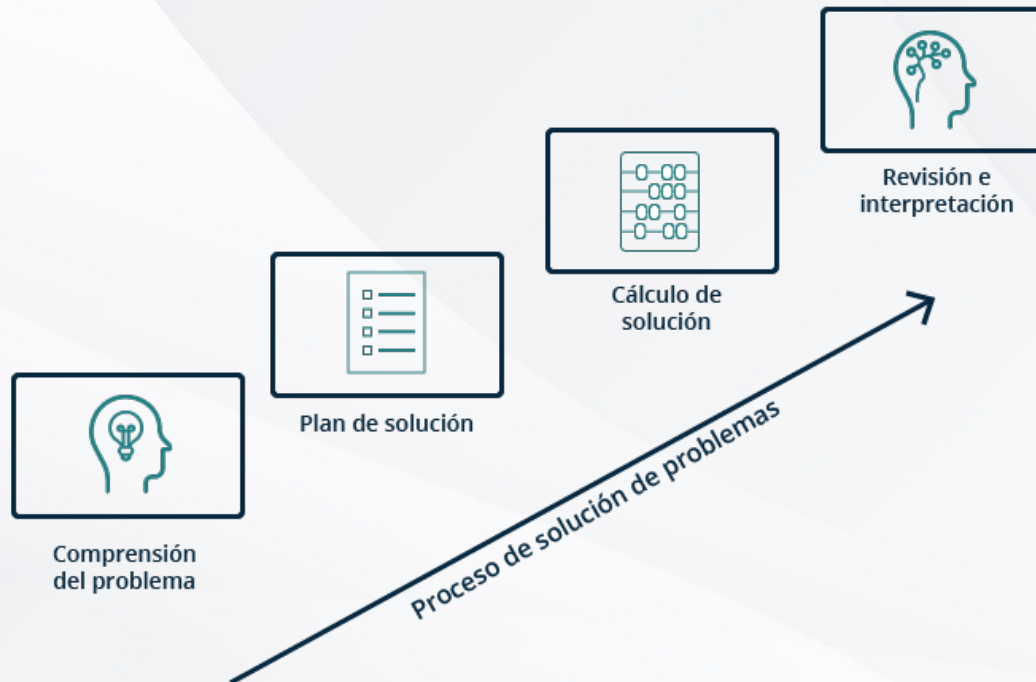


El pensamiento variacional (representación de elementos cambiantes o variables): es el tipo de pensamiento que utiliza los sistemas algebraicos y analíticos, como el reconocimiento, la identificación, la percepción, la variación y el cambio para representar situaciones o problemáticas en diferentes contextos. Un adecuado desarrollo de esta forma de pensamiento permite describir, modelar y representar un fenómeno o proceso con distintos sistemas o nomenclaturas, ya sean verbales, icónicos, algebraicos o gráficos.



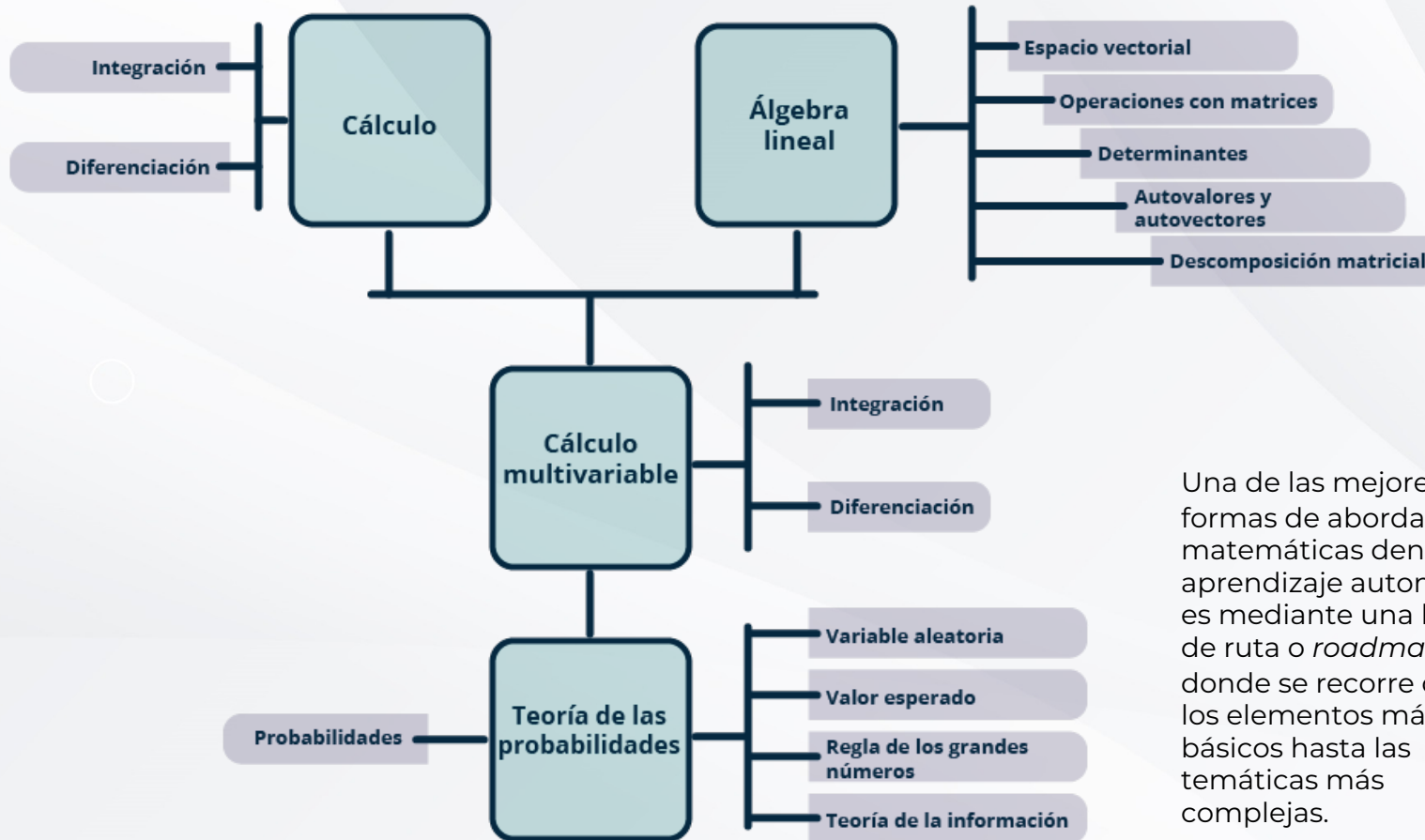


El pensamiento matemático te permitirá modelar al mundo que nos rodea con sistemas numéricos, representaciones geométricas, unidades de medida, elementos del azar o cambios variables.



Un problema analizado desde una perspectiva matemática implica comprenderlo, elaborar un plan de solución, realizar los cálculos relacionados e interpretar los resultados obtenidos.



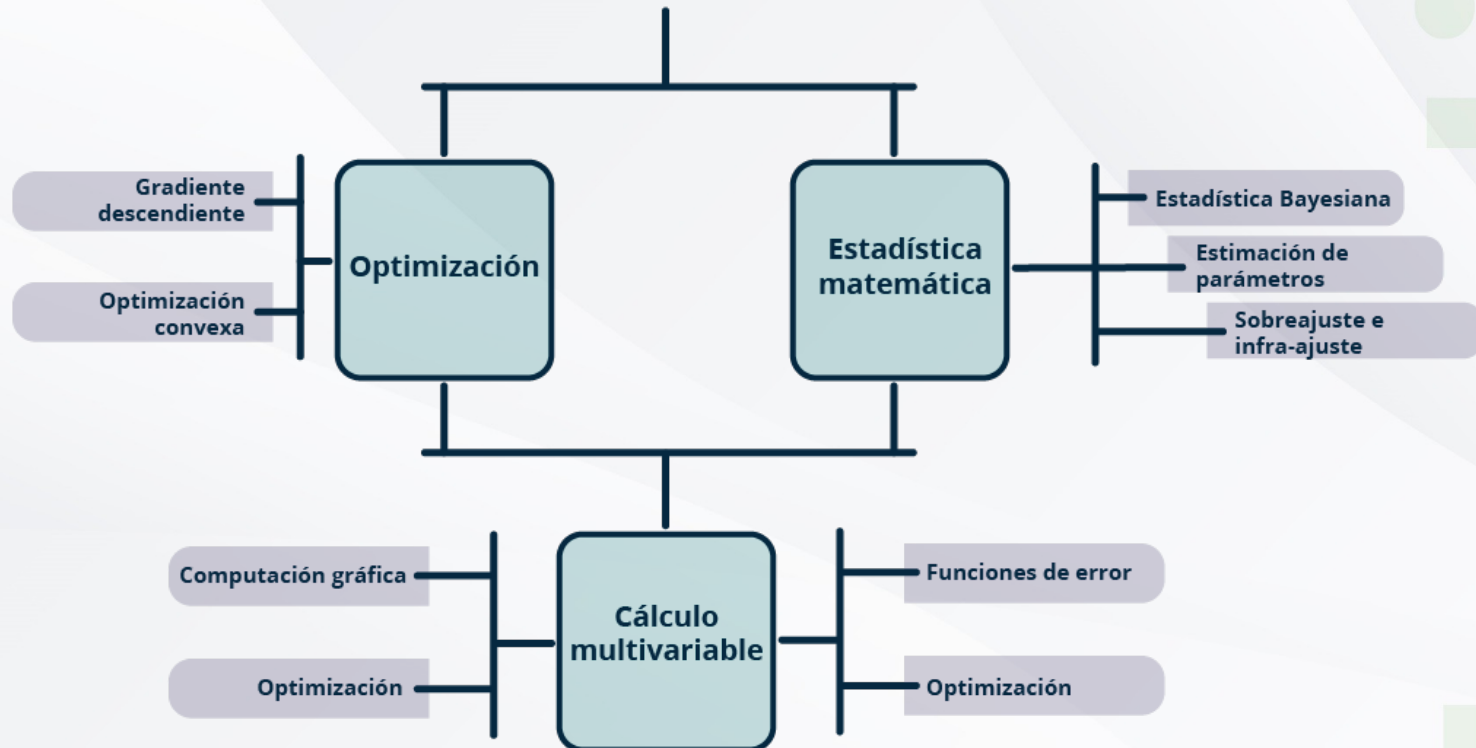


Una de las mejores formas de abordar las matemáticas dentro del aprendizaje automático es mediante una hoja de ruta o *roadmap*, donde se recorre desde los elementos más básicos hasta las temáticas más complejas.





Para comprender realmente cómo funcionan las redes neuronales dentro del aprendizaje profundo, será necesario que aprendas sobre lo siguiente:





Después de haber estudiado el tema intenta responder las siguientes preguntas:

¿Cuáles son las diferencias entre la lógica, la matemática y la lógica matemática?

¿Conoces algún problema que podría representarse con notación simbólica?

¿Puedes relacionar las diferentes ramas de las matemáticas con su aplicación en el aprendizaje automático?





En este tema se abordaron las características filosóficas que forman las bases de las teorías matemáticas. Esta área del conocimiento es una de las más antiguas de las que se tiene referencia y al mismo tiempo se encuentra entre las más importantes en el desarrollo científico en la actualidad.

El desarrollo del pensamiento matemático nos permite modelar al mundo que nos rodea con sistemas numéricos, representaciones geométricas, unidades de medida, elementos del azar o cambios variables. Un problema analizado desde una perspectiva matemática implica comprenderlo, elaborar un plan de solución, realizar los cálculos relacionados e interpretar los resultados obtenidos.





Matemáticas computacionales para inteligencia artificial

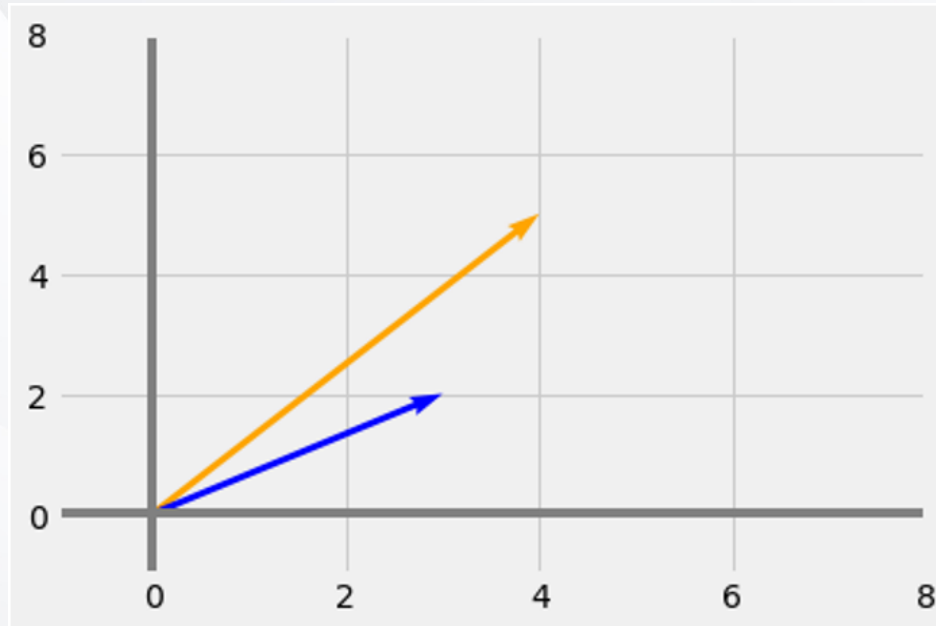
Álgebra lineal



Los vectores nacieron en las dos primeras décadas del siglo XIX con las representaciones geométricas de los números complejos. Los matemáticos Caspar Wessel, Jean Robert Argand y Carl Friedrich Gauss estuvieron entre los primeros en concebir a los números complejos como puntos en el plano bidimensional.

En la actualidad encontramos vectores en todos lados; gracias al apoyo de las computadoras modernas y de lenguajes de programación como Python, el desarrollo de los complejos cálculos matemáticos puede simplificarse considerablemente. En este tema comenzarás a profundizar en el álgebra lineal, que es la piedra angular del aprendizaje automático y de la inteligencia artificial.





Un vector geométrico es un segmento dirigido, que posee dos dimensiones y que puede ser dibujado como se muestra en la figura. Su interpretación nos permite tener una percepción sobre la dirección y magnitud del objeto que representa.





Por su parte, una matriz A , se define como una tupla de $m \times n$ elementos a_{ij} , $i = 1, \dots, m, j = 1, \dots, n$, que están ordenados siguiendo un esquema rectangular formado por m filas y n columnas.

$$A + B := \begin{bmatrix} a_{11} + b_{11} & \dots & a_{1n} + b_{1n} \\ \vdots & & \vdots \\ a_{m1} + b_{m1} & \dots & a_{mn} + b_{mn} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{m \times n}$$

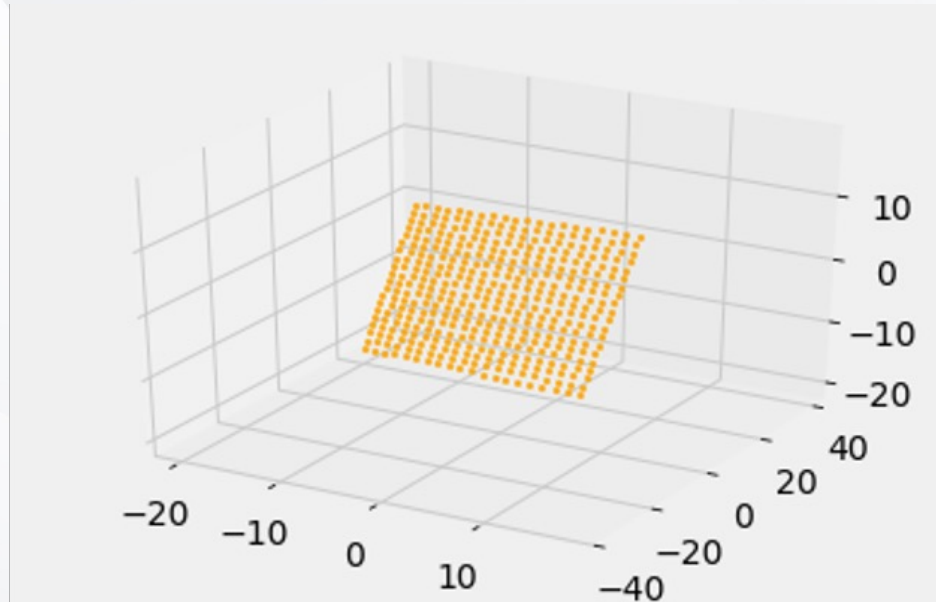




Las operaciones lineales con matrices poseen diversas. Propiedades. Por ejemplo, sean las matrices $A, B, C \in \mathbb{R}^{m \times n}$ del mismo tamaño y $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$. Entonces:

- $(A + B) + C = A + (B + C)$
- $A + \mathbf{0}_{m,n} = A, \mathbf{0}_{m,n} + A = A$
- $A + (-A) = \mathbf{0}_{m,n}, (-A) + A = \mathbf{0}_{m,n}$
- $A + B = B + A$
- $(\lambda + \mu)A = \lambda A + \mu A$
- $\lambda(A + B) = \lambda A + \lambda B$
- $\lambda(\mu A) = (\lambda\mu)A$
- $1A = A$





La interpretación geométrica de un subespacio vectorial puede observarse en la siguiente figura, donde se definen las combinaciones posibles que dos vectores pueden generar para un rango determinado. Los subespacios vectoriales son un concepto clave para el aprendizaje automático.





Revisa el siguiente sistema de ecuaciones y represéntalo matricialmente:

$$\begin{aligned}3x + 2y + z &= 2 \\x + 3y - z &= -2 \\3x + 4y + 3z &= 0\end{aligned}$$

Después plantea que método podrías aplicar para su solución.





En este tema se reafirmaron algunos conceptos de álgebra lineal y sus fundamentos, recordaste los diversos tipos de vectores que existen y la generalización matemática que los define a partir de las operaciones de suma y multiplicación, siempre que se obtenga como resultado un objeto de iguales características.

Se precisaron las propiedades que tienen las operaciones lineales con matrices y se recordaron los significados de los grupos, los espacios y los subespacios vectoriales.

Las bases del cálculo vectorial son clave para cualquier experto en inteligencia artificial y es un punto diferenciador entre los que aplican mecánicamente una serie de procedimientos a los que verdaderamente entienden y son capaces de utilizar sus conocimientos para crear nuevas y extraordinarias soluciones.

