

Tema 2. Proporciones directas e inversas

Introducción

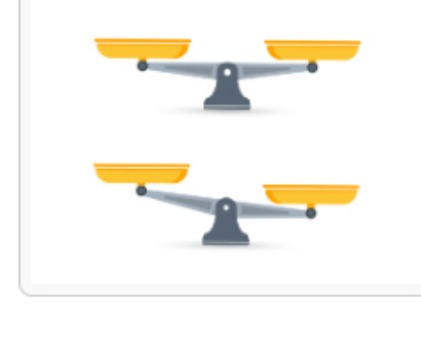


En esta experiencia de aprendizaje examinarás las relaciones entre proporciones y razones, así como la diferencia entre proporciones directas e inversas. Además, se te plantearán algunos ejercicios para que los resuelvas de manera algebraica y aritmética. En matemáticas financieras, las proporciones se emplean para cotejar, entre otras cosas, datos de una empresa en distintos momentos.

Explicación

Proporcionalidad directa e inversa en el ámbito financiero

Una proporción se define como una igualdad entre dos razones (LMDE, s.f.). Ambos conceptos suelen ir de la mano, ya que la división entre dos elementos es una razón, mientras que la igualdad entre dos razones es una proporción.



Antes de iniciar con la explicación, observa la siguiente igualdad entre relaciones expresada en una fórmula basada en una regla de tres:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

En ella, se muestra una igualdad entre dos razones. Además, muestra la dinámica entre las dos clases de proporciones existentes: directas e inversas.

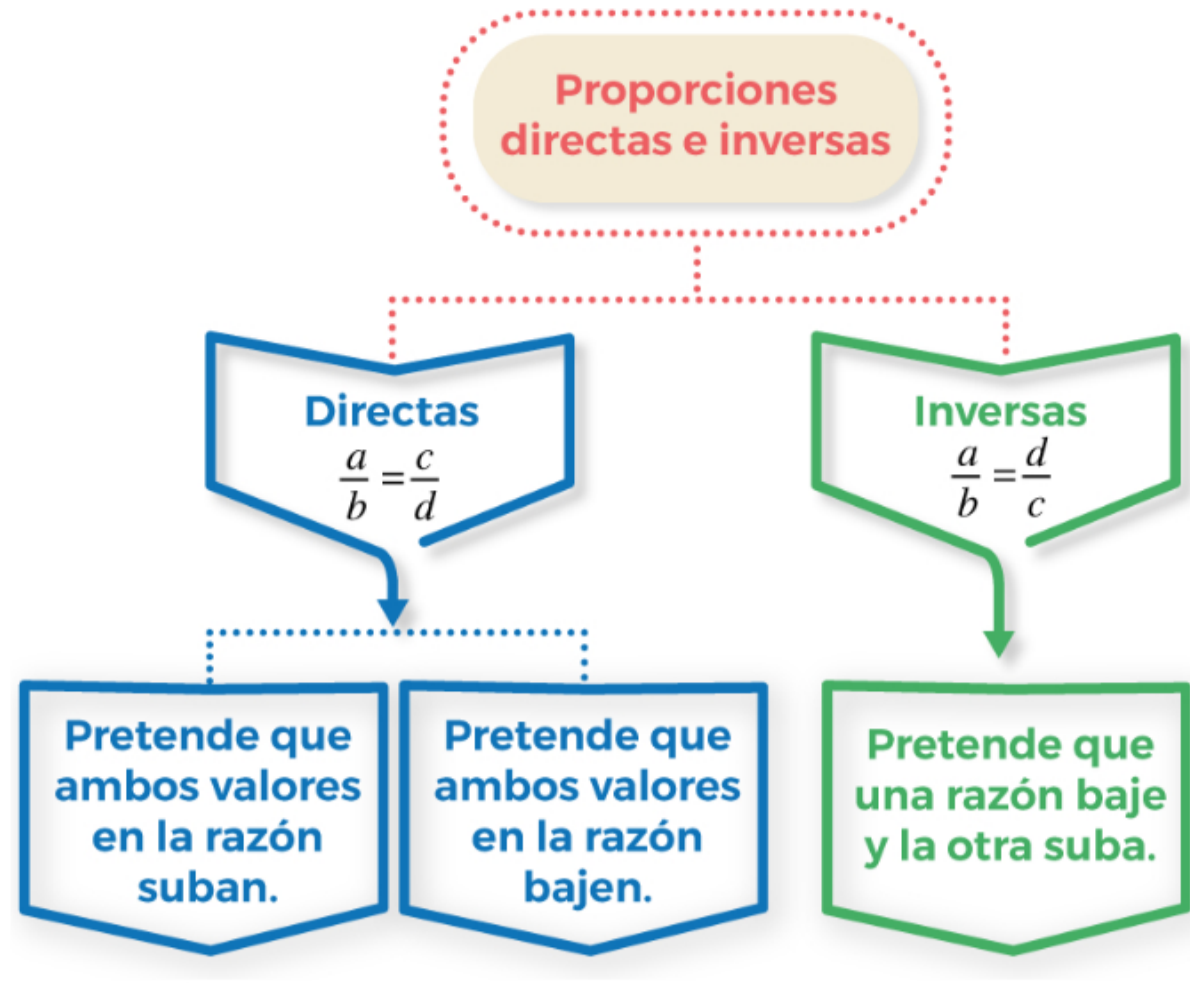


Figura 1. Proporciones directas e inversas.

A continuación, examina los ejemplos de proporciones directas. Observarás que cuando uno de los valores sube, el otro también debe hacerlo.

Ejemplo 1. Una bolsa contiene argollas con una razón de 12 grandes por cada 8 pequeñas. Si en total son 160, ¿cuántas grandes y pequeñas habrá?

Al analizar esta situación, nos damos cuenta de que se trata de una proporción directa, ya que ambos elementos se tienen que elevar:

$$\frac{g}{p} = \frac{12}{8}$$

$$\frac{g}{p} = \frac{12}{8} = 160$$

Revisa la tabla 1.

Relación entre argollas		
Grandes.	12	
Pequeñas.	8	
Total.	20	160

Tabla 1. Relación entre argollas.

Al dividir el total de argollas entre el total del contenido de la bolsa, obtienes esto:

$$\frac{160}{20} = 8$$

Al multiplicar el valor de cada argolla grande y pequeña, por el número de la bolsa (8), encontrarás el valor de las piezas totales de cada medida.

Relación entre argollas totales			
Grandes.	12	*8	96
Pequeñas.	8	*8	64
Total.	20		160

Tabla 2. Relación entre argollas totales.

Si una proporción es una igualdad entre dos razones, entonces, de las 160 argollas, 96 serán grandes y 64 pequeñas. Lo que antes era $\frac{12}{8}$, en la bolsa tendrás $\frac{96}{64}$, es decir:

$$\frac{12}{8} = \frac{96}{64}$$

Recuerda que existen diferentes formas de llegar a un mismo resultado y, por tanto, de expresar estas operaciones. En este sentido, analiza el siguiente ejemplo y observa las diferencias y similitudes entre ambas soluciones.

Ejemplo 2. En el piso de un hospital se ha desatado una rara enfermedad y, hasta el momento, por cada 5 niños que se infectan lo hacen 3 niñas. Si hay 72 pacientes, ¿cuántos niños y cuántas niñas están infectados?

Al considerar esta situación, nos damos cuenta de que se trata de una proporción directa, ya que ambas cantidades tienen que elevarse. La proporción será, por tanto, 5:3.

Ahora, revisa las soluciones algebraicas y aritméticas de la tabla 3.

Solución algebraica	Solución aritmética
La cantidad de niños más la de niñas suman 72.	
<p>Descripción. 5 niños en x grupos, más 3 niñas en x grupos es igual a 72.</p> $5x + 3x = 72$ <p>La suma de ambos es igual a 72:</p> $8x = 72$ <p>Se despeja para encontrar el valor de los grupos:</p> $x = \frac{72}{8}$ $x = 9$ <p>Sustituimos el valor de grupos por niñas y niños.</p> $5x + 3x = 72$ $5(9) + 3(9) = 72$ $45 + 27 = 72$ $72 = 72$ <p>45 niños y 27 niñas.</p>	<p>Descripción. La razón de 5:3 es igual a 72:</p> $\frac{5}{3} = 72$ <p>Como la razón es 5 de 3, se suman ambos números y resultan 8 personas:</p> $5 + 3 = 8$ <p>Como el total es 72, este valor se divide entre 8:</p> $\frac{72}{8} = 9$ <p>El resultado es 9. Esto representa el total de grupos que se pueden hacer en la razón 5 de 3.</p> $5(9) + 3(9)$ $45 + 27$ 72 <p>45 niños y 27 niñas.</p>

Tabla 3. Relación entre niños y niñas.

El 9 resultante nos indica cuántas veces aumentó la proporción, así que las cantidades iniciales se multiplican por dicha cifra para determinar los números de niñas y niños infectados.

Por tanto, de los 72 pacientes, 45 son niños y 27 niñas. Esto también puede expresarse como $\frac{45}{27}$, derivado de la razón $\frac{5}{3}$.

Ejemplo 3. Se quiere dividir un pedazo de madera en dos secciones. Si completa mide 1.20 m y la razón entre ambos segmentos es de 1:4, ¿cuánto mide cada uno? Como es más sencillo trabajar sin decimales, se puede convertir 1.2 m a 120 cm, pues esto no afecta la proporción. Por sus características, podemos decir que esta es directa.

Solución algebraica	Solución aritmética
<p>Ordenamos la proporción:</p> $\frac{1}{4} = \frac{x}{120}$ <p>La suma de las secciones es igual a 120 cm:</p> $x + 4x = 120$ <p>Se despeja el valor de x:</p> $5x = 120$ $x = \frac{120}{5}$ $x = 24$ <p>El valor encontrado sustituye a x para la comprobación:</p> $24 + 4(24) = 120$ $24 + 96 = 120$ $120 = 120$	<p>La razón de 1:4 es igual a 120:</p> $\frac{1}{4} = 120$ <p>Se suman los espacios para obtener su total:</p> $1 + 4 = 5$ <p>Se divide la distancia entre los espacios:</p> $\frac{120}{5} = 24$ $\frac{1}{4} \times \frac{24}{24} = \frac{24}{96}$ <p>El primer lado mide 24 cm y el otro 96 cm.</p>

Tabla 4. Relación entre las partes de la madera.

En conclusión, el primer lado mide 24 cm y el otro 96 cm.

A continuación, examina los ejemplos de proporciones inversas. En estos casos, observarás que cuando uno de los valores sube, el otro debe bajar.

Ejemplo 4. Una constructora de talla internacional está edificando casas con el mismo diseño. Si 7 trabajadores pueden terminar una en 15 días, ¿cuánto tardarán 12 en construirla si laboran en condiciones iguales?

Analicemos la situación. Se sabe que es una proporción inversa porque si 7 trabajadores terminan una casa en 15 días, 12 lo harán en menos tiempo; es decir, cuando uno de los valores sube, el otro desciende.

Relación entre el número de personas y los días	
Personas	Días
7	15
12	x

Si se aplica una regla de 3 en estas condiciones, el resultado será mayor; sin embargo, se espera que sea menor porque mientras más trabajadores participen menor será el tiempo invertido. Por este motivo, se debe modificar la percepción, así que si antes se expresaba de esta manera:

$$\frac{7}{12} = \frac{15}{x}$$

Ahora se hace de esta forma:

$$\frac{12}{7} = \frac{15}{x}$$

Al despejar x:

$$x = \frac{(15)(7)}{12} = 8.75$$

Entonces, los 12 trabajadores construirán una casa en 8.75 días.

Ejemplo 5. Una empresa necesita hacer una auditoría. Por lo regular, la efectúan 10 personas en 30 días; sin embargo, para terminar antes, llegan otras 7 como apoyo. ¿Cuánto tiempo llevará la auditoría si se trabaja con las mismas condiciones que las 10 personas originales?

Primero, analiza el asunto. En este caso se sumarán 7 individuos al grupo de 10, es decir, 17 auditores llevarán a cabo el proceso.

Relación personas-días	
Personas	Días
10	30
17	x

Tabla 4. Relación personas-días.

Por tanto, si antes la relación se formulaba de esta manera:

$$\frac{10}{17} = \frac{30}{x}$$

Ahora se expresa de esta forma:

$$\frac{17}{10} = \frac{30}{x}$$

Al despejar x:

$$x = \frac{(30)(10)}{17} = 17.6$$

Esto nos da como resultado que 17 personas tardarán 17.6 días.

Como habrás notado, al aumentar la cantidad de personas trabajando en una operación, disminuye el tiempo invertido.

Cierre

Al revisar esta clase de ejercicios, primero identifica si las proporciones van en un mismo sentido o en uno contrario. Recuerda la diferencia entre proporciones directas e inversas: en las primeras, ambas razones se comportan de manera similar; en las segundas, mientras tanto, lo hacen de forma diferente, es decir, si una baja la otra sube y viceversa.

Checkpoint

Asegúrate de:

- Distinguir entre proporciones directas e inversas para emplear la operación correcta según las necesidades del ejercicio.

Bibliografía

- LMDE. (s.f.). *Razones y Proporciones*. Recuperado de <http://inst-mat.utalca.cl/tem/sitio/lmde/temas/numeros/RazonesProporciones-res.pdf>

La obra presentada es propiedad de ENSEÑANZA E INVESTIGACIÓN SUPERIOR A.C. (UNIVERSIDAD TECNILENIO), protegida por la Ley Federal de Derecho de Autor; la alteración o deformación de una obra, así como su reproducción, exhibición o ejecución pública sin el consentimiento de su autor y titular de los derechos correspondientes es constitutivo de un delito tipificado en la Ley Federal de Derechos de Autor, así como en las Leyes Internacionales de Derecho de Autor.

El uso de imágenes, fragmentos de videos, fragmentos de eventos culturales, programas y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, es exclusivamente para fines educativos e informativos, y cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por UNIVERSIDAD TECNILENIO.

Queda prohibido copiar, reproducir, distribuir, publicar, transmitir, difundir, o en cualquier modo explotar cualquier parte de esta obra sin la autorización previa por escrito de UNIVERSIDAD TECNILENIO. Sin embargo, usted podrá bajar material a su computadora personal para uso exclusivamente personal o educacional y no comercial limitado a una copia por página. No se podrá remover o alterar de la copia ninguna leyenda de Derechos de Autor o la que manifieste la autoría del material.