

Tema 5. Razones

Introducción

La base de las fórmulas aritméticas se encuentra en las relaciones que pueden existir entre números, teorías, hipótesis y demás fundamentos; también radican en las premisas de dependencia entre dos o más valores. Entender estos conceptos básicos resulta vital para entender y solucionar ejercicios o problemas. A lo largo de este tema identificarás las razones, sus elementos, cómo se componen y aprenderás a resolverlas; de igual manera, revisarás la progresión geométrica y aritmética. Lo más importante es que entiendas cómo se usan en la resolución de problemas y ejercicios.



Explicación

De acuerdo con Beck (2022), una razón se define como la comparación de dos cantidades o números por medio de divisiones o cocientes, es decir, si la razón de a y b es diferente a cero, se expresa como la división de ambos elementos: $\frac{a}{b} = a : b$. Esto se lee como **< a es a b >**.

Por ejemplo, la razón entre 4 y 2 se expresa como $\frac{4}{2} = 4 : 2$, es decir, **< 4 es a 2 >**.

De acuerdo con Park (s.f.), el numerador de una razón recibe el nombre de "antecedente" y el denominador el de "consecuente". Cabe mencionar que, en estos casos, el denominador (consecuente) debe ser diferente de cero.

$$\frac{a}{b} = \frac{\text{Antecedente}}{\text{Consecuente}} \quad b \neq 0$$

Para determinar el valor o calcular la razón de dos números debes resolver esta operación, es decir, la división; por tanto, la razón entre 4 y 2 corresponde a 2. Observa los ejemplos que aparecen a continuación.

Escribe la razón de los siguientes números y calcula su valor.

a. 10 y 15

$$\frac{10}{15} = 10 : 15 = \frac{2}{3} = 0.667$$

Entonces, la razón entre 10 y 15 es 0.667.

b. 8 y 4

$$\frac{8}{4} = 8 : 4 = \frac{4}{2} = 2$$

Entonces, la razón entre 8 y 4 es 2.

c. En un salón de clases hay 12 niños y 20 niñas, ¿cuál es la razón entre ambos números?

$$\frac{12}{20} = 12 : 20 = \frac{6}{10} = 0.6$$

La razón entre 12 y 20 es 0.6

d. Calcula la velocidad de una motocicleta que recorre 200 km en dos horas. La velocidad es la razón entre distancia y tiempo, así que:

$$v = \frac{d}{t} = \frac{200\text{km}}{2\text{h}} = 100\text{k/h}$$

Porcentajes

En matemáticas resulta indispensable conocer los valores o razones de un valor en relación con un todo; sin embargo, estos casos también se presentan de manera frecuente en la vida diaria. Por ejemplo, seguramente has escuchado anuncios como "Playera Funko con un 10% de descuento" o, mejor aún, "30% de descuento en el videojuego *The Last of Us*".

Entonces, si la playera Funko tiene un precio normal de \$200 y se le aplica el descuento mencionado, tienes que proceder de esta manera:

$$\frac{10\%}{100\%} = \frac{1}{10} * 200 = 0.10 * 200 = 20$$

Observa con atención: la división 10/100 es una razón equivalente a 1/10, es decir, una décima parte de \$200; esto nos arroja como resultado \$20. Por tanto, para saber cuánto pagarás por la playera debes realizar esta operación: \$200 - \$20 = \$180. Por su parte, si decides llevarte el videojuego cuyo precio regular es de \$1,399, debes resolver este cálculo:

$$\frac{30\%}{100\%} = \frac{3}{10} * 1,399 = 0.30 * 1,399 = 419.70$$

$$\$1,399 - \$419.70 = \$979.30$$

Como en el ejemplo anterior, determinas el valor del descuento (\$419.70) y lo restas al costo inicial; por consiguiente, pagarías \$180 por la playera y \$979.30 por el videojuego. Sin embargo, en la tienda olvidaron mencionarte que el precio de los productos no incluye el IVA (Impuesto sobre el Valor Agregado), así que deberás añadirlo al monto que pagarás:

$$\$180 + \$979.30 = \$1,159.30$$

El valor del IVA en México es del 16%, es decir:

$$\frac{16}{100} = 0.16 * 1,159.30 = 185.48$$

Entonces, a la primera cantidad debes sumarle esta última que corresponde al mencionado impuesto:

$$\$1,159.30 + \$185.48 = \$1,344.78$$

El total equivale al precio de ambos productos.

Progresiones

Una progresión o sucesión es una secuencia ordenada de números, ya sea finita o infinita; por ejemplo, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 y 9 es una progresión finita de números, ya que consta de 10 términos. Esta es la denominación que recibe cada uno de los elementos que conforman una progresión y normalmente se les representa como a_n ; en la sucesión anterior, el primer término se representa como $a_1 = 0$ y el último como $a_{10} = 9$.

Si tomamos como ejemplo los números pares, su progresión es infinita (2, 4, 6, 8, 10...); puedes observar que el primer término se expresaría $a_1 = 2$, el tercero $a_3 = 6$ y no se cuenta con un final.

Las progresiones pueden darse de las siguientes maneras:

- Crecientes: cada término es mayor que el anterior ($a_{n+1} > a_n$). Por ejemplo: 2, 4, 6, 8 y 10.
- Decreciente: cada término es menor que el anterior ($a_{n+1} < a_n$). Por ejemplo: 9, 7, 5, 3 y 1.
- Constante: cada término es igual que el anterior y, por tanto, se expresa con la fórmula $a_{n+1} = a_n$. Por ejemplo, 2, 2, 2, 2 y 2.
- Alterna: el signo de cada término es diferente al del anterior. Por ejemplo, 2, -4, 6, -8 y 10.

Progresiones aritméticas

Se dice que una progresión es aritmética cuando cada término se obtiene sumando o restando un número constante y diferente al término anterior o siguiente. En este caso, la progresión 1, 4, 7, 10 y 13 es aritmética porque se obtiene sumando una diferencia de 3 ($d = 3$):

$$a_2 = a_1 + 3 = 1 + 3 = 4$$

Entonces, para obtener el término a_2 , al primero se le suman 3 y, por ende, el valor es 4. En este sentido, la lógica general de una progresión aritmética se expresa de esta manera:

$$a_n = a_1 + d * (n - 1)$$

Ahora bien, calcula el término siguiente de esta progresión aritmética: 2, 8, 14, 20, 26...

Te habrás percatado de que el diferencial (d) es 6, así que para encontrar el número solicitado basta con despejar la fórmula:

$$a_6 = 2 + 6 * (6 - 1) = 2 + 6 * 5 = 2 + 30 = 32$$

Progresiones geométricas

Se dice que una progresión es geométrica cuando cada término se obtiene mediante su multiplicación por un valor específico, denominado "razón". Analiza la siguiente sucesión de números:

$$1, 4, 16, 64, 256...$$

Como el primer término es 1, el siguiente se consigue al multiplicar dicha cantidad por 4 y así sucesivamente; por tanto, esa es su razón. Observa la siguiente fórmula:

$$a_n = a_1 * r^{n-1}$$

Con ella puedes encontrar cualquier término en una serie geométrica. Calcula, entonces, el término solicitado en la siguiente progresión:

$$a_6 = a_1 * r^{6-1}$$

$$a_6 = 1 * 4^5$$

$$a_6 = 1 * 1024$$

$$a_6 = 1024$$

El número es 1024. De esta manera, puedes calcular los términos de una progresión, ya sea aritmética o geométrica.

Tecmilenio no guarda relación alguna con las marcas mencionadas como ejemplo. Las marcas son propiedad de sus titulares conforme a la legislación aplicable, se utilizan con fines académicos y didácticos, por lo que no existen fines de lucro, relación publicitaria o de patrocinio.

Cierre

A lo largo de este tema analizaste la definición de razón como relación o cociente entre dos números; además, conociste los elementos que las conforman y la manera de solucionarlas. Sin embargo, lo más importante es que lograste comprender su uso, aplicación e importancia no solo en la resolución de ejercicios, sino también en el día a día.

Checkpoint

Asegúrate de:

- Entender el concepto de razón para aplicarlo a la solución de ejercicios.
- Identificar los elementos de las razones para resolver problemas más complejos.

Bibliografía

- Beck, K. (2022). *Cómo calcular razones y proporciones en matemáticas*. Recuperado de <https://www.crearcultura.com/como-calcular-razones-y-proporciones-en-matematicas/>
- Park, M. (s.f.). *Proporcionalidad directa: ¿Qué es? ¿Para qué sirve?* Recuperado de <https://www.smartick.es/blog/matematicas/fracciones/proporcionalidad-directa-sirve/>

La obra presentada es propiedad de ENSEÑANZA E INVESTIGACIÓN SUPERIOR A.C. (UNIVERSIDAD TECMILENIO), protegida por la Ley Federal de Derecho de Autor; la alteración o deformación de una obra, así como su reproducción, exhibición o ejecución pública sin el consentimiento de su autor y titular de los derechos correspondientes es constitutivo de un delito tipificado en la Ley Federal de Derechos de Autor, así como en las Leyes Internacionales de Derecho de Autor.

El uso de imágenes, fragmentos de videos, fragmentos de eventos culturales, programas y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, es exclusivamente para fines educativos e informativos, y cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por UNIVERSIDAD TECMILENIO.

Queda prohibido copiar, reproducir, distribuir, publicar, transmitir, difundir, o en cualquier modo explotar cualquier parte de esta obra sin la autorización previa por escrito de UNIVERSIDAD TECMILENIO. Sin embargo, usted podrá bajar material a su computadora personal para uso exclusivamente personal o educacional y no comercial limitado a una copia por página. No se podrá remover o alterar de la copia ninguna leyenda de Derechos de Autor o la que manifieste la autoría del material.