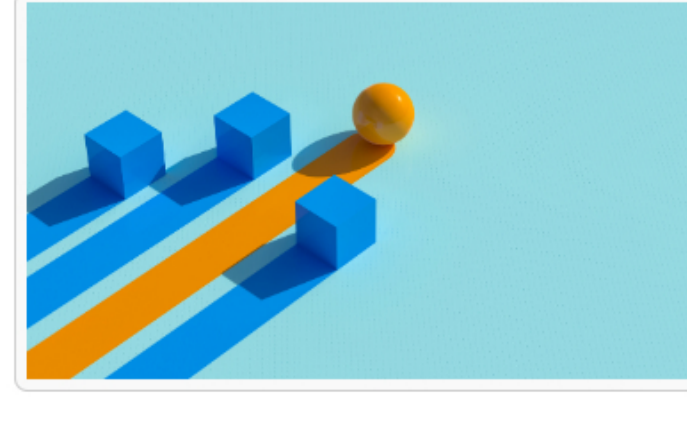


# Tema 6. Variaciones

## Introducción

Las proporciones son pequeñas ecuaciones formuladas a partir de las razones; dicho de otra manera, es la relación de igualdad entre ellas y resultan muy útiles para solucionar planteamientos matemáticos, ya que permiten formular algunas reglas, como la famosa regla de tres. En esta experiencia de aprendizaje, revisarás los posibles vínculos entre razones y aprenderás a plantear y resolver ejercicios aritméticos elementales, los cuales te servirán como base para solucionar ecuaciones más complejas.



## Explicación

De acuerdo con Bejarano (2022), las variaciones o proporciones aritméticas se definen como una relación de igualdad entre dos razones, es decir, se trata de una comparación. Por ejemplo:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \quad a:b \text{ como } c:d$$

Como habrás observado, esta proporción expresa que las dos razones son equivalentes a los números  $a, b, c, d$ , conocidos como "términos de una proporción". Una proporción es equivalente si, y solo si, la multiplicación de los términos exteriores es igual a la multiplicación de los interiores (diagonales):

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \text{ se dice que son equivalentes si } a \cdot d = b \cdot c$$

Por ejemplo:

$$\frac{1}{3} = \frac{2}{6} = 1 \cdot 6 = 3 \cdot 2 = 6 = 6$$

Observa que la multiplicación de los extremos de la proporción  $(1 \cdot 6 + 3 \cdot 2)$  arroja 6; eso significa que son equivalentes.

### Regla de tres y expresiones algebraicas

De acuerdo con Daniel Carreón (2022), en toda proporción el valor de un extremo ( $a, d$ ) equivale a la multiplicación de los medios ( $b, c$ ), dividida entre el extremo restante y el valor de un medio; esto corresponde a la multiplicación de los extremos, dividida entre el medio restante. Revisa con detenimiento la figura 1.

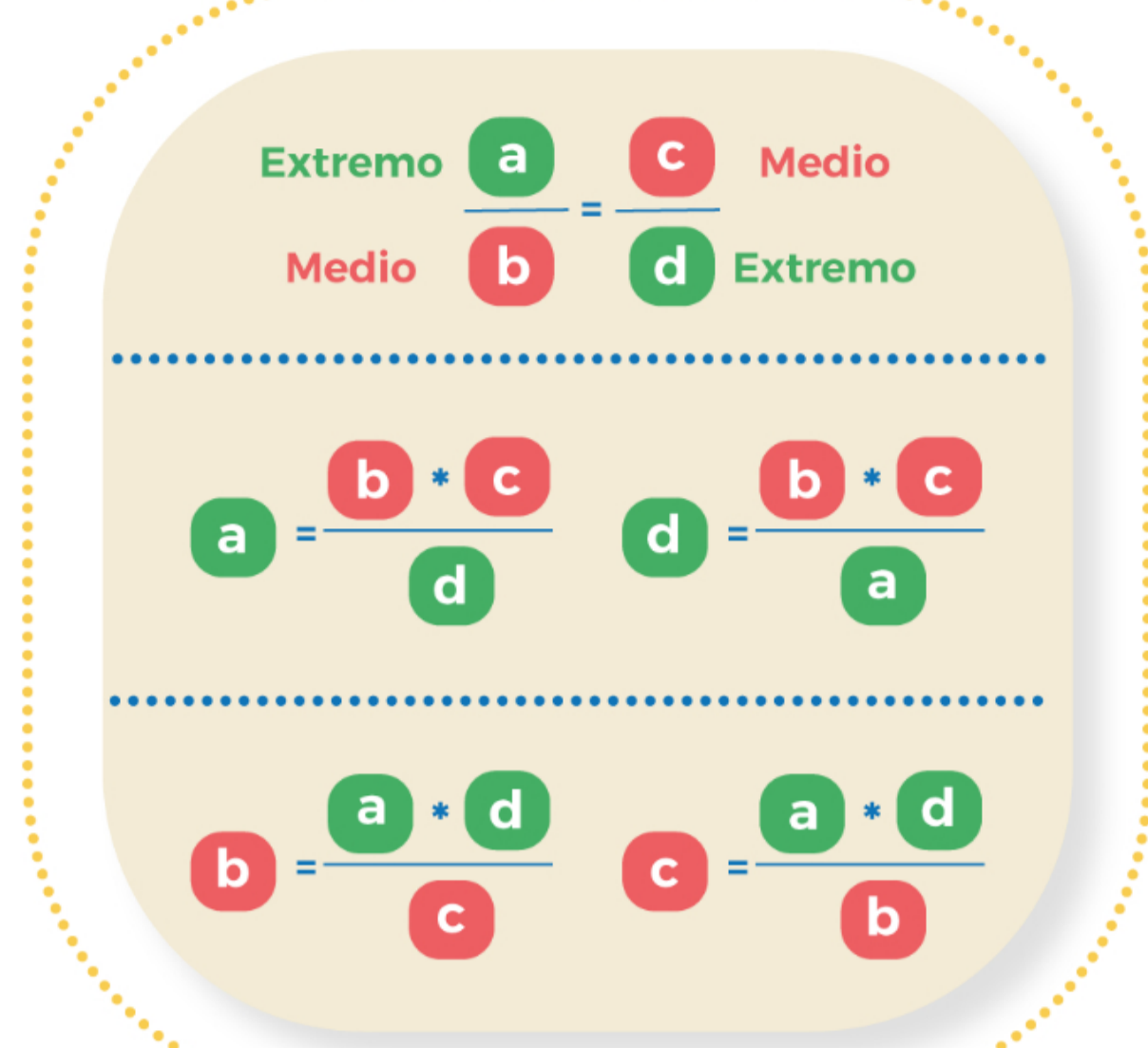


Figura 1. Razones y proporciones.

Este desglose resulta muy ilustrativo, ya que es crucial para encontrar valores (proporciones) desconocidos. A este procedimiento también se le conoce como regla de tres y en los siguientes casos puedes ver cómo se ejecuta:

$$\frac{x}{3} = \frac{3}{9} \quad x = \frac{3 \cdot 3}{9} \quad x = 1$$

$$\frac{1}{x} = \frac{3}{9} \quad x = \frac{1 \cdot 9}{3} \quad x = 3$$

$$\frac{1}{3} = \frac{3}{x} \quad x = \frac{3 \cdot 3}{1} \quad x = 9$$

Revisa el siguiente ejemplo. Pedro notó que con \$99 USD compró tres juegos en la rebaja del verano pasado de Steam, así que este año quiere adquirir siete. ¿Cuánto dinero debe reunir para lograrlo?

1. Escribe la proporción:

$$\frac{3 \text{ juegos}}{99 \text{ dólares}} = \frac{7 \text{ juegos}}{x \text{ dólares}}$$

2. Despeja la variable que buscas (extremo), es decir, apégate a la multiplicación de los medios por el extremo restante:

$$x = \frac{7 \cdot 99}{3} = \frac{693}{3} = 231$$

3. Respuesta. Pedro necesita \$231 USD para comprar los siete juegos.

En el ejemplo anterior, se plasma una relación directamente proporcional, ya que si un valor crece o disminuye el otro también lo hará (mayor dinero, mayor cantidad de videojuegos y viceversa).

Revisa el siguiente ejemplo. Un capturista tarda nueve horas en registrar el censo de población y vivienda de una colonia; por ello, el INEGI le destina dos auxiliares para que lo asistan en su trabajo y se acelere el proceso. ¿En cuánto tiempo terminarán con la captura del censo?

1. Escribe la proporción:

$$\frac{1 \text{ capturista}}{1 + 2 \text{ capturistas}} = \frac{9 \text{ horas}}{x \text{ horas}}$$

2. Despeja la variable que buscas (extremo):

$$x = \frac{9 \text{ horas}}{3 \text{ capturistas}} \cdot 1(\text{capturista}) = 3 \text{ horas}$$

Te habrás percatado de que, en lugar de multiplicar, se dividen los medios. Esto ocurre porque se trata de una relación inversamente proporcional, es decir, a mayor cantidad de una variable la otra disminuye y viceversa.

### Reparto proporcional

El reparto proporcional es un método común que se utiliza al conocer adecuadamente las razones y proporciones. Analiza el siguiente ejemplo para entender el concepto.

Un padre de familia quiere repartir el domingo (dinero) entre sus tres hijos, de acuerdo con sus edades: 2, 4 y 12 años. En total, tiene \$400 para dividir entre ellos y decide llevar a cabo un reparto proporcional. Observa que para el monto  $a$  se puede establecer la razón con 2 años; para  $b$ , con 6; y para  $c$ , con 12. Las razones se establecen de esta manera:

$$\frac{a}{2} = \frac{b}{6} = \frac{c}{12}$$

De acuerdo con las propiedades de la razón, puedes darte cuenta de que:

$$\frac{a}{2} = \frac{b}{6} = \frac{c}{12} = \frac{a+b+c}{2+6+12}$$

Por tanto, se establece la razón como la suma de las cantidades entre la suma de las edades:

$$\frac{a+b+c}{2+6+12} = \frac{400}{20} = 20$$

Con estos datos, ya se puede aplicar una regla de tres:

$$\begin{aligned} \frac{a}{2} &= \frac{400}{20} \\ a &= \frac{400 \cdot 2}{20} = 40 \text{ pesos} \\ \frac{b}{6} &= \frac{400}{20} \\ b &= \frac{400 \cdot 6}{20} = 120 \text{ pesos} \\ \frac{c}{12} &= \frac{400}{20} \\ c &= \frac{400 \cdot 12}{20} = 240 \text{ pesos} \end{aligned}$$

La división proporcional resultó de esta forma: \$40 para el niño de 2 años, \$120 para el de 6 y \$240 para el de 12. En conclusión, el dinero se repartió proporcionalmente.

### Interés simple

Al hablar de interés se alude a una cantidad económica que requieres pagar por usar dinero que no es tuyo; por ejemplo, en una rebaja de videojuegos, deseas comprar el *Call of Duty* que cuesta \$1,000, pero no dispones de esa cantidad. Sin embargo, te das cuenta de que la tienda te ofrece la opción de adquirirlo sin pagarlo en ese momento, pero con la condición de que el mes siguiente pagarás \$1,250, en lugar de los \$1,000 originales.

Observa con detenimiento el análisis.

El costo real del videojuego es de \$1,000; sin embargo, tú pagarás \$1,250, o sea, \$250 de más, aunque la ventaja es que lo harás hasta en un mes. En esto consiste un interés simple: aplicas un pago mayor a un capital fijo.

Con estos datos puedes revisar la fórmula para el cálculo del interés simple:

- $C$  = capital (el costo del artículo).
- $vf$  = importe que pagarás.
- $t$  = tiempo o plazo de pago.
- $I$  = interés a pagar.
- $i$  = tasa de interés.

$$I = C \cdot i \cdot t$$

El ejemplo proporciona los siguientes valores:

$$C = \$1,000$$

$$vf = \$1,250$$

$$t = 1 \text{ mes}$$

Ahora, debes calcular el interés total pagado en un mes con la siguiente fórmula:

$$I = C \cdot i \cdot t$$

En donde:

$$\begin{aligned} i &= \frac{I}{C \cdot t} \\ i &= \frac{250}{1000 \cdot 1} = 0.25 \end{aligned}$$

Esto significa que la compra del videojuego supone un interés simple con una tasa bastante alta del  $0.25 \cdot 100 = 25\%$ .

¿Cuánto pagarías si la tasa fuera del 10% de interés?

En este caso, debes modificar los datos:

- $C = \$1,000$ .
- $t = 10\%$  o lo que es lo mismo 0.10.
- $T = 1$  mes.

Ahora, aplica esta fórmula:

$$I = C \cdot i \cdot t$$

Donde:

$$I = \$1,000 \cdot 0.10 \cdot 1 = \$100$$

Entonces, tendrías que desembolsar \$100 de interés más los \$1,000 del capital.

¿Cuánto gastarías si el pago es a 2 meses?

En este caso, debes hacer un pequeño reajuste en la fórmula:

$$I = \$1,000 \cdot 0.10 \cdot 2 \text{ meses} = \$200$$

Entonces, el monto quedaría en \$1,200.

Tecmilenio no guarda relación alguna con las marcas mencionadas como ejemplo. Las marcas son propiedad de sus titulares conforme a la legislación aplicable, se utilizan con fines académicos y didácticos, por lo que no existen fines de lucro, relación publicitaria o de patrocinio.

## Cierre

A lo largo de este tema, analizaste el concepto de proporción y los elementos que lo conforman, así como sus principales aplicaciones. De igual manera, conociste las clases de relaciones existentes: directa e inversamente proporcionales; además, solucionaste varios problemas que se te plantearon. Esto te brinda las herramientas necesarias para resolver ecuaciones más complejas.

## Checkpoint

Asegúrate de:

- Entender el concepto de proporción para aplicarlo a la solución de ejercicios.
- Identificar las relaciones directa e inversamente proporcionales para aplicarlas en un problema.

## Bibliografía

- Bejarano, M. (2022). *Matemáticas proporciones*. Recuperado de <https://matematicas10.com/matematicas/matematicas-proporciones/>
- Daniel Carreón. (2022, 2 de febrero). *¿QUÉ SON LAS PROPORCIONES? Super fácil - Para principiantes* [Archivo de video]. Recuperado de <https://www.youtube.com/watch?v=8liYyQJ3PIE>

La obra presentada es propiedad de ENSEÑANZA E INVESTIGACIÓN SUPERIOR A.C. (UNIVERSIDAD TECMILENIO), protegida por la Ley Federal de Derechos de Autor; la alteración o deformación de una obra, así como su reproducción, exhibición o ejecución pública sin el consentimiento de su autor y titular de los derechos correspondientes es constitutivo de un delito tipificado en la Ley Federal de Derechos de Autor, así como en las Leyes Internacionales de Derecho de Autor.

El uso de imágenes, fragmentos de videos, fragmentos de eventos culturales, programas y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, es exclusivamente para fines educativos e informativos, y cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por UNIVERSIDAD TECMILENIO.

Queda prohibido copiar, reproducir, distribuir, transmitir, difundir, o en cualquier modo explotar cualquier parte de esta obra sin la autorización previa por escrito de UNIVERSIDAD TECMILENIO. Sin embargo, usted podrá bajar material a su computadora personal o exclusivamente personal o educativo y no comercial limitado a una copia por página. No se podrá remover o alterar de la copia ninguna leyenda de Derechos de Autor o la que manifieste la autoría del material.