

Tema 4. Elementos, conjuntos y eventos

Introducción

Estudiar probabilidad es muy importante para el desarrollo y formación de todo profesional; para ello, se necesitan las bases de este conocimiento, es decir, entender los elementos que interactúan en la toma de decisiones. En este sentido, resulta fundamental comprender y aplicar los conceptos de experimento y espacio muestra, así como las operaciones con eventos y conjuntos. Estos conocimientos te abrirán el camino para adentrarte en eventos de probabilidad más específicos.

Estos aspectos forman parte de la vida diaria, así que debes examinarlos y practicarlos para mejorar tus habilidades matemáticas.



Explicación

Elementos

Antes de comenzar, hay que precisar algunos conceptos y elementos básicos para entender la teoría de conjuntos y la combinatoria. De acuerdo con Zapata (2022), el experimento y su espacio muestra conlleva un proceso que detona la ocurrencia de observaciones posibles; en otras palabras, se trata de una mecánica que genera una observación. Esto se aplica en situaciones como estas:

- Lanzar un dado al aire y registrar de qué lado cae.
- Lanzar una moneda y observar en qué cara cae.

Cuando se realiza un experimento, el resultado observado recibe el nombre de evento; por ejemplo, si lanzas un dado una sola vez, obtendrás seis posibles resultados:

- Cae la cara 1.
- Cae la cara 2.
- Cae la cara 3.
- Cae la cara 4.
- Cae la cara 5.
- Cae la cara 6.

Esto quiere decir que sólo puede ocurrir uno de los seis eventos o resultados anotados anteriormente. Al conjunto de todos los resultados posibles de un experimento se le denomina espacio muestral y se representa de esta forma:

$$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

Por otro lado, la cantidad de resultados posibles dentro de un experimento recibe el nombre de cardinalidad; en este caso, la cardinalidad se expresa como $n(S) = 6$, ya que es el número de resultados posibles.

Si lanzas una moneda al aire para registrar el resultado, tendrías un espacio muestral $s = \{\text{águila, sol}\}$, así como una cardinalidad $n(s) = 2$, ya que solo hay dos resultados posibles.

Conjuntos

Cuando representas un espacio muestral, realmente plasmas el conjunto de todos los resultados posibles de un experimento. De acuerdo con Bejarano (2022), el término conjunto se refiere a agrupar cosas, por ejemplo, libros, juegos, perfumes, etc.; entonces, se puede crear una agrupación de todos los libros de terror o de todos los videojuegos de carreras. Como te habrás percatado, los elementos de un conjunto comparten características entre sí. Además, estos se pueden expresar de dos maneras: explícita, cuando haces referencia a todos sus componentes, como en $A = \{\text{Eso, Carrie, Pet Sematary}\}$; o implícita, como en el caso $B = \{\text{Mis tres libros preferidos de Stephen King}\}$. Sin importar cuál elijas, ambas opciones hacen referencia a datos correlacionados.

De nuevo, observa el espacio muestra del experimento de lanzar un dado:

$$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

Por consiguiente, puedes definir un evento como:

- A = Obtener la cara 2.
- B = Obtener una cara par.

Para el evento A, solo hay un resultado favorable {2}; por su parte, el evento B tiene más posibilidades: {2, 4, 6}. Si observas con detenimiento, entre ambos eventos hay un resultado en común, ya que 2 también es número par, es decir, tiene una característica común a los dos grupos.

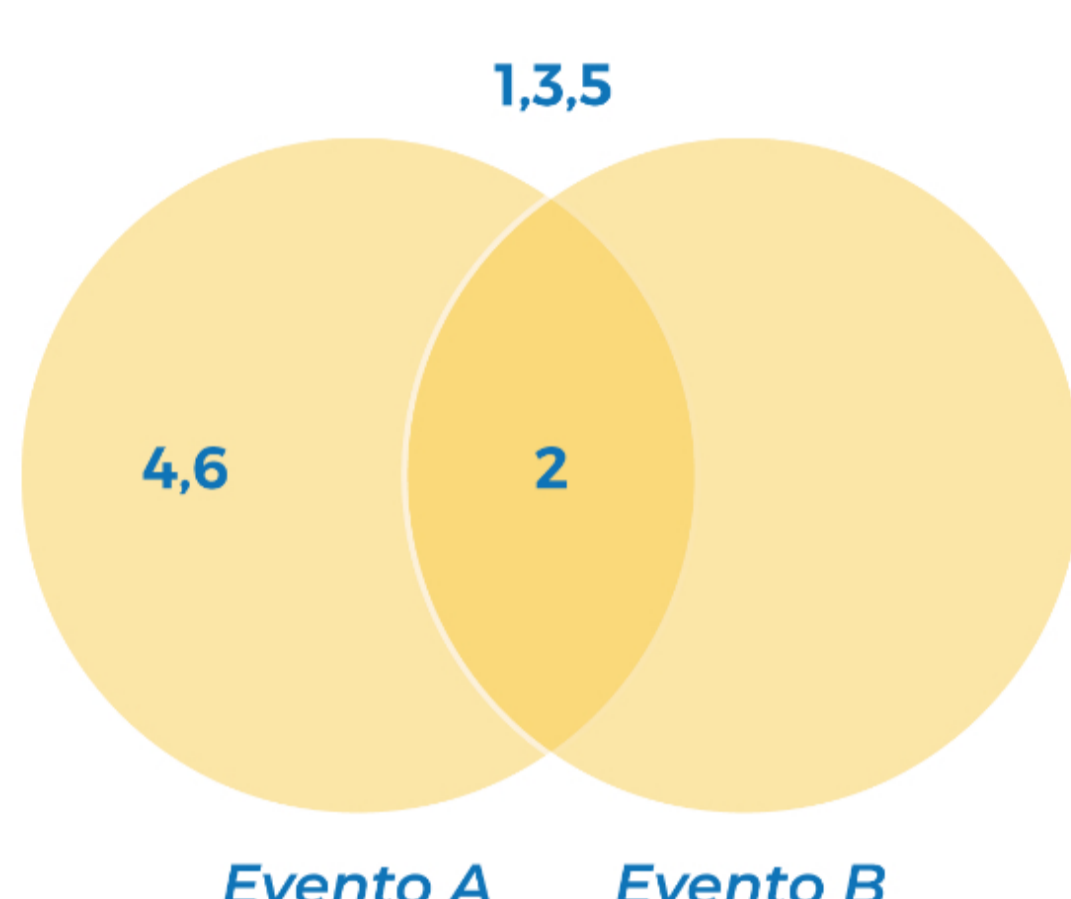


Imagen 1. Intersección.

Este evento o conjunto resultante recibe el nombre de evento intersección o intersección del conjunto A y B, el cual se representa con el signo \cap o con la letra y :

$$A \cap B = \{2\}$$
$$A y B = \{2\}$$

Otra operación posible entre conjuntos es su unión, por ejemplo:

$$A \cup B = \{2\} + \{4, 6\} = \{2, 4, 6\}$$
$$A o B = \{2\} + \{4, 6\} = \{2, 4, 6\}$$

También lo puedes representar con el símbolo \cup o con la letra o .

Cuando no hay elementos en común o elementos que satisfagan la condición, se dice que un conjunto es vacío. Observa los siguientes ejemplos:

- C = Obtener la cara 7 al momento de lanzar un dado.
- D = Obtener la cara 0 al momento de lanzar un dado.

Si se continúa con el espacio muestra del dado, entonces:

- $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.
- A = Obtener una cara mayor a 6.
- B = Obtener una cara menor a 6.

- $A = \{\emptyset\}$.
- $B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.

El evento A es algo que no puede ocurrir, es decir, se trata de un conjunto vacío o evento imposible; esto a diferencia del evento B, que resulta seguro al comprender la totalidad del espacio muestral.

Resuelve los siguientes planteamientos:

- a) Define el espacio muestral del lanzamiento de tres monedas.

Cuando lanzas una moneda al aire existen dos resultados posibles: cara o cruz. Al lanzar tres, en cambio, el número total de resultados posibles para el experimento equivale al producto del número de posibilidades para cada moneda.

Por tanto, el número de resultados posibles al lanzar tres monedas es el siguiente:

$$2 \times 2 \times 2 = 8$$

Esto se puede expresar con la fórmula a^n .

Donde:

- a = Son opciones de respuesta; en su caso, la moneda tiene dos opciones: cara o cruz.
- n = La cantidad de elementos a probar o lanzar, es decir, tres monedas.

$$2^3 = 8 \text{ casos diferentes}$$

Una vez obtenidos los casos diferentes, ha llegado el momento de establecerlos. Examina la siguiente tabla.

Resultado	Descripción
AAA	Águila, águila, águila.
AAS	Águila, águila, sol.
ASA	Águila, sol, águila.
ASS	Águila, sol, sol.
SAA	Sol, águila, águila.
SAS	Sol, águila, sol.
SSA	Sol, sol, águila.
SSS	Sol, sol, sol.

Tabla 1. Descripción de los resultados del experimento de lanzar tres monedas.

Define el evento de obtener, al menos, un águila.

$$A = \text{Al menos una cara "águila"} = \{AAA, AAS, ASA, ASS, SAA, SSA\}$$

Define el evento de obtener exactamente un sol.

$$B = \text{Exactamente una cara "sol"} = \{AAS, SAA\}$$

La intersección entre los eventos A y C.

$$A = \{AAA, AAS, ASA, ASS, SAA, SSA\}$$

$$C = \{AAS, ASA, ASS, SAA, SAS, SSA, SSS\}$$

$$A \cap C = \{AAS, ASA, ASS, SAA, SAS, SSA\}$$

Tecmilenio no guarda relación alguna con las marcas mencionadas como ejemplo. Las marcas son propiedad de sus titulares conforme a la legislación aplicable, se utilizan con fines académicos y didácticos, por lo que no existen fines de lucro, relación publicitaria o de patrocinio.

Cierre

A lo largo del tema, se abordó el concepto de experimento y sus implicaciones. Aunque es posible que ya estuvieras familiarizado con este concepto, se enfatizó la importancia de comprender su uso, así como los posibles resultados también denominados eventos. Además, se revisaron los fundamentos de la teoría de conjuntos, incluyendo sus principales elementos y operaciones, lo que te permitirá establecer y clasificar tus eventos de manera más precisa. Estos aprendizajes contribuirán a tu desarrollo y crecimiento en el campo de la probabilidad.

Checkpoint

Asegúrate de:

- Entender los conceptos de conjunto, espacio muestra y eventos para emplearlos adecuadamente en ejercicios aplicativos.
- Utilizar los conceptos de conjuntos, eventos y espacio muestra en la resolución de problemas probabilísticos.

Bibliografía

- Bejarano, M. (2022). *Los conjuntos en matemáticas*. Recuperado de <https://matematicas10.com/matematicas/los-conjuntos-en-matematicas/>

La obra presentada es propiedad de ENSEÑANZA E INVESTIGACIÓN SUPERIOR A.C. (UNIVERSIDAD TECMILENIO), protegida por la Ley Federal de Derecho de Autor; la alteración o deformación de una obra, así como su reproducción, exhibición o ejecución pública sin el consentimiento de su autor y titular de los derechos correspondientes es constitutivo de un delito tipificado en la Ley Federal de Derechos de Autor, así como en las Leyes Internacionales de Derecho de Autor.

El uso de imágenes, fragmentos de videos, fragmentos de eventos culturales, programas y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, es exclusivamente para fines educativos e informativos, y cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por UNIVERSIDAD TECMILENIO.

Queda prohibido copiar, reproducir, distribuir, publicar, transmitir, difundir, o en cualquier modo explotar cualquier parte de esta obra sin la autorización previa por escrito de UNIVERSIDAD TECMILENIO. Sin embargo, usted podrá bajar material a su computadora personal para uso exclusivamente personal o educacional y no comercial limitado a una copia por página. No se podrá remover o alterar de la copia ninguna leyenda de Derechos de Autor o la que manifieste la autoría del material.