Matemáticas IV

[BSMA2002] (semestral) / [BTMA2001] (tetramestral)

Notas de enseñanza dirigidas al docente

Herramientas

Para asegurar que aproveches al máximo tu experiencia educativa en esta modalidad de certificados, te recomendamos revisar estos tutoriales.

Notas para el profesor impartidor correspondientes a la explicación del Tema 1

Explica las propiedades de las desigualdades y demuestra su aplicación en la solución de inecuaciones.

Describe la notación conjuntista, la de intervalos y la representación gráfica de las desigualdades; asegúrate de que el aprendedor sea capaz de identificar y utilizar la simbología de cada una de estas notaciones.

Utiliza una situación de la vida cotidiana, de preferencia un ejemplo que le sea familiar al aprendedor para ejemplificar una relación entre dos variables y a partir de ese ejemplo guía el aprendedor logre identificar la variable independiente y la variable dependiente, en base a ello podrás señalar el dominio y el rango de la relación.

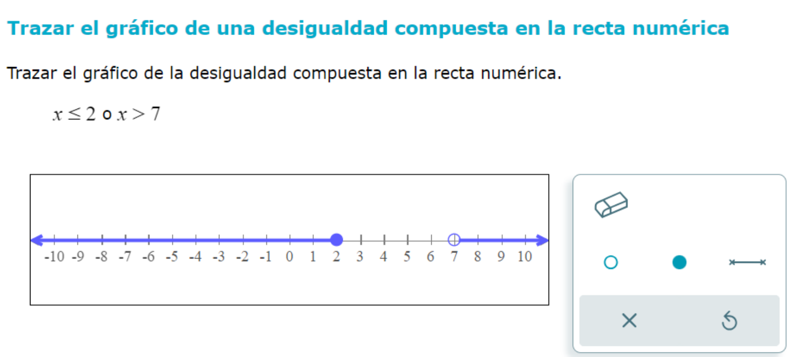
Señala la diferencia entre una relación y una función y ejemplifica las diferentes formas en la que se pueden representar: diagrama de Venn, conjunto de pares ordenados y por medio de una gráfica. Es importante que expliques las distintas formas de diferenciar en cada uno de estos formatos si se trata de una relación o de una función.

Explica la diferencia entre el codominio y el rango o imagen de una función. Se recomienda definir el significado de una regla de correspondencia a través de un ejemplo y mostrar la clasificación de las reglas de correspondencia.

Notas para el profesor impartidor correspondientes al Ejercicio 1

Antes de la explicación es necesario que el aprendedor revise la actividad previa como una preparación del tema.

En las actividades correspondientes al tema en Aleks encontrarás ejercicios como:



Asegúrate de explicar la simbología de la notación conjuntista y la notación gráfica.

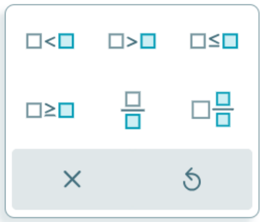
Resolver una desigualdad lineal de dos pasos: Problema tipo 2

Resolver la desigualdad para y.

$$13 \leq 43 - 5y$$

Simplificar su respuesta tanto como sea posible.

$6 \geq y$

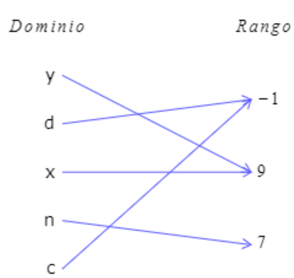


En este ejercicio el aprendedor aplicará las propiedades de las desigualdades, señala que deberá simplificar su respuesta.

Identificar funciones de relaciones

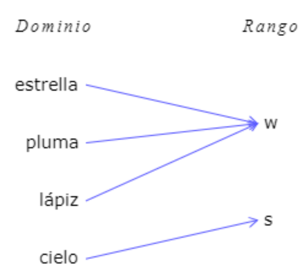
En cada relación, decidir si es una función.

Relación 1



○ Función
○ No es una función

Relación 2



○ Función
○ No es una función

Relación 3

{(-5, -5), (-5, 8), (3, 8), (8, 8)}

○ Función
○ No es una función

Relación 4

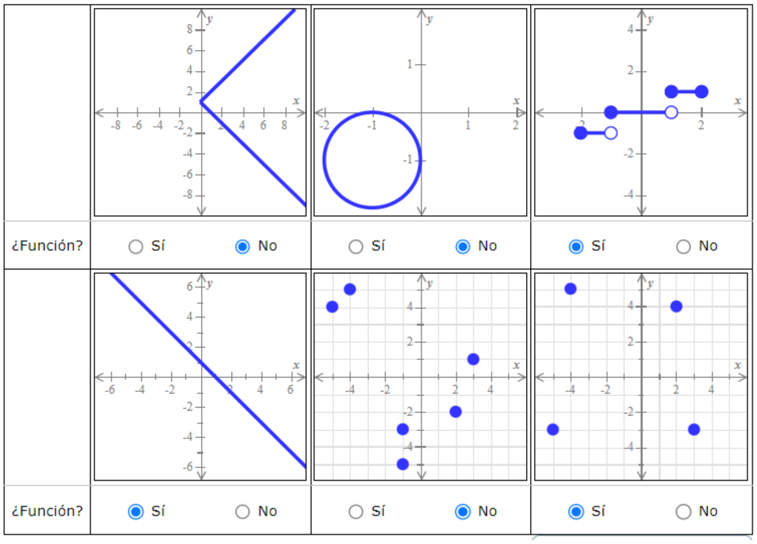
{(x, c), (x, x), (w, x), (w, c)}

○ Función
○ No es una función

El aprendedor identificará si la relación se trata de una función o no.

Prueba de la recta vertical

En cada gráfico a continuación, indicar si representa una función.



El aprendedor aplicará la regla de la recta vertical para comprobar si el ejemplo es una función o no.

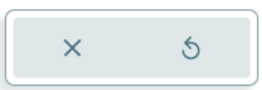
Tabla para una función lineal

La función h está definida por la siguiente regla.

$$h(x) = 4x + 5$$

Completar la tabla de la función.

x	$h(x)$
-4	
0	
1	
2	
3	



Invita al aprendedor a identificar cuál es la variable dependiente y cuál es la variable independiente.

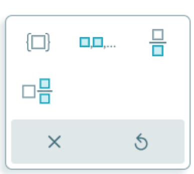
Trazar el gráfico y hallar el rango para un domino dado de un función de enteros

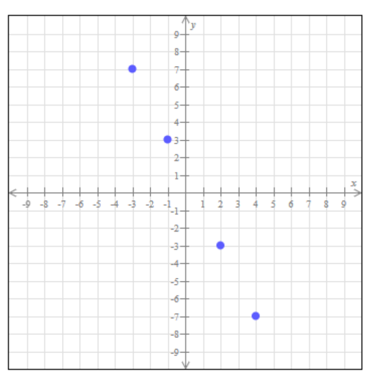
La función f se define como sigue en el dominio dado.

$f(x) = 1 - 2x$, dominio $= \{-3, -1, 2, 4\}$

Escribir el rango de f utilizando notación conjuntista. Luego trazar el gráfico de f.

rango $= \{-7, -3, 3, 7\}$





Dominio y rango de una función lineal que modela una situación del mundo real

El tanque de combustible de cierto aeroplano tiene una capacidad de 400 litros de combustible. Sea W el peso total del aeroplano (en kilogramos). Sea F la cantidad total de combustible en su tanque (en litros). Supongamos que $W = 5F + 5000$ nos da W como una función de F.

Identificar la descripción correcta de los valores para ambos el dominio y el rango de la función. Luego, para cada uno, elegir el conjunto de valores más apropiado.

	Descripción de los valores	Conjunto de valores
Dominio	1,peso del aeroplano en kilogramos 2,cantidad de combustible en el tanque del aeroplano (en litros)	el conjunto de todos los números reales desde 0 hasta 400
Rango	1,peso del aeroplano en kilogramos 2,cantidad de combustible en el tanque del aeroplano (en litros)	el conjunto de todos los números reales desde 5000 hasta 7000

Guía al aprendedor a determinar cuál variable depende de la otra.

Notas para el profesor impartidor correspondientes a la explicación del Tema 2

Retoma el tema de la línea recta y dirige al aprendedor a reconocer cuando una gráfica es creciente, decreciente o constante.

Muestra una gráfica que presente los tres tipos de comportamientos y demuestra al aprendedor como la gráfica se define de una u otra forma para un intervalo determinado, señala el comportamiento de las variables *x* y *y* en cada caso.

Explica al aprendedor que algunas funciones se denominan especiales por las propiedades que las caracterizan y presenta ejemplos de cada una.

Analiza con el aprendedor las transformaciones que la gráfica de una función puede sufrir mediante la traslación, reflexión y rotación. Asegúrate de que el aprendedor identifique algebraicamente estas transformaciones en la función.

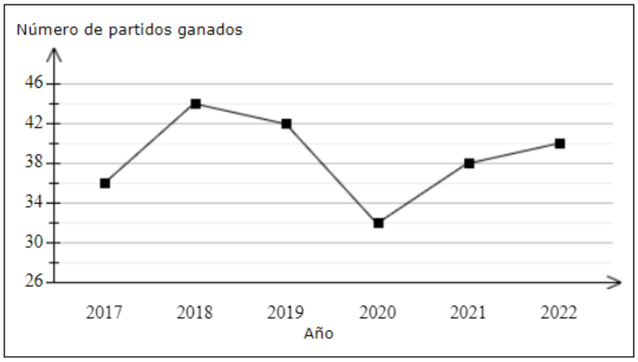
Notas para el profesor impartidor correspondientes al Ejercicio 2

Antes de la explicación es necesario que el aprendedor revise la actividad previa como una preparación del tema.

En las actividades correspondientes al tema en Aleks encontrarás ejercicios como:

Interpretar un gráfico de líneas

El siguiente gráfico muestra los partidos que ganó un equipo de baloncesto a lo largo de seis años.



(a) ¿Cuál fue el número mínimo de partidos que ganó en un año?

☐ partidos ganados

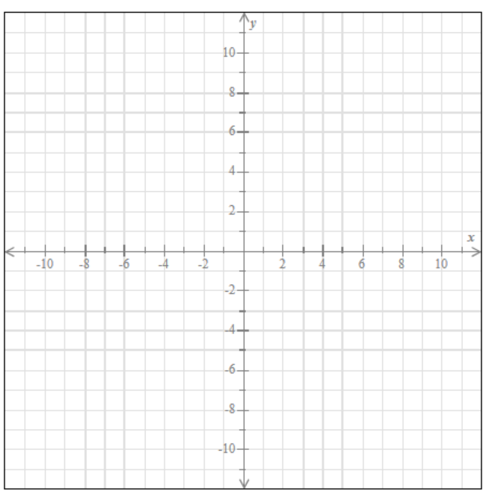
(b) ¿Cuándo ocurrió la mayor disminución en partidos ganados?

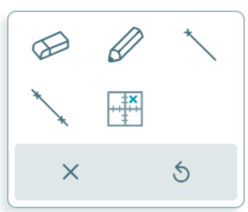
- ◯ 2017 a 2018
- ◯ 2018 a 2019
- ◯ 2019 a 2020
- ◯ 2020 a 2021
- ◯ 2021 a 2022

Trazar el gráfico de una ecuación de valor absoluto en el plano: Avanzado

Trazar el gráfico de la ecuación.

$$y = -3\left|x+2\right| + 5$$





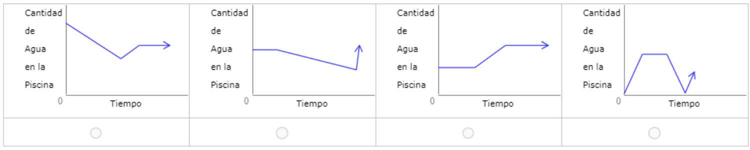
Retoma el concepto de valor absoluto e invita a los aprendedores a que realicen la tabla de valores antes de graficar.

Seleccionar el gráfico que corresponde a una narración: Avanzado

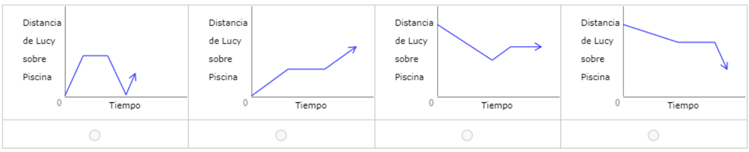
PREGUNTA

Para cada escenario a continuación, elegir el gráfico que da la mejor representación.

(a) Durante el mes pasado, la piscina de la familia Cruz estuvo llena de agua. Tres semanas atrás la piscina comenzó a gotear, y perdió agua a un ritmo constante. La semana siguiente cayó una gran lluvia y la piscina casi se desborda.



(b) Lucy sale de la piscina y sube la escalera hasta lo alto del trampolín. Ella espera allí y siente temor. Ella finalmente baja la escalera pero entonces se arma de valor y comienza a subir la escalera nuevamente.



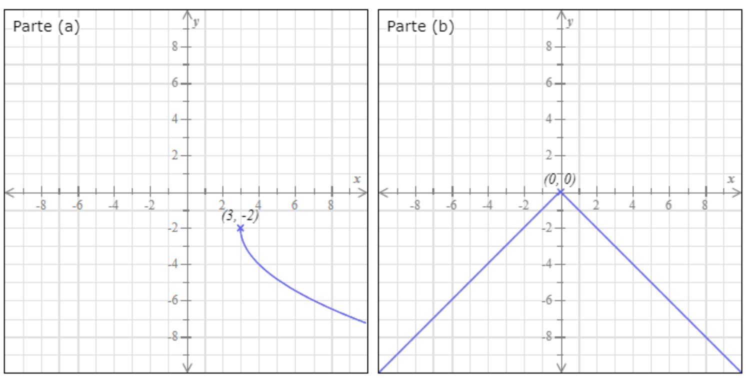
El aprendedor deberá interpretar las frases para identificar el comportamiento de las variables, señala la importancia de ubicar en el plano cada variable.

Traslación del gráfico de una función: Un paso

PREGUNTA

Trasladar cada gráfico tal y como se indica.

(a) Se muestra el gráfico de $y=f(x)$. Trasladarlo para obtener el gráfico de $y=f(x)-4$.
(b) Se muestra el gráfico de $y=g(x)$. Trasladarlo para obtener el gráfico de $y=g(x+2)$.



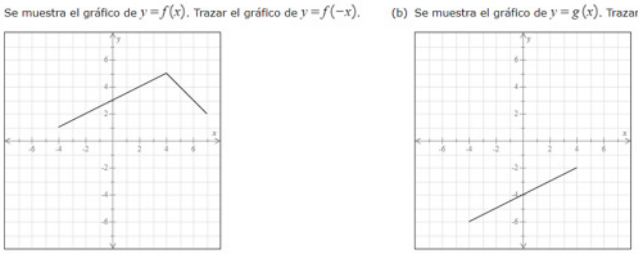
Enfatiza con el aprendedor que debe identificar la forma de la ecuación para conocer si se trata de una traslación vertical o una traslación horizontal.

Transformar el gráfico de una función mediante una reflexión respecto a un eje

PREGUNTA

(a) Se muestra el gráfico de $y=f(x)$. Trazar el gráfico de $y=f(-x)$.

(b) Se muestra el gráfico de $y=g(x)$. Trazar el gráfico de $y=-g(x)$.



En este ejercicio el aprendedor deberá trabajar con las coordenadas de los extremos de las gráficas para lograr su reflexión.

Notas para el profesor impartidor correspondientes a la explicación del Tema 3

En este tema revisarás con el aprendedor la composición de funciones, se te recomienda que inicies explicando con ejemplos sencillos señalando la importancia del orden de la composición y demostrando con ejercicios prácticos como este influye en el resultado.

Puedes explicar mediante un diagrama la obtención del dominio y el rango de una función compuesta.

Retoma el concepto de funciones inyectivas para especificar que sólo este tipo de funciones tienen función inversa.

Establece el procedimiento para calcular la función inversa de una función como una serie de pasos que el aprendedor deberá seguir, asegúrate de que el aprendedor comprenda el papel de las variables dependiente e independiente en cada punto.

Desarrolla un ejercicio donde demuestres que cuando una función es inversa de otra, las evaluaciones de las composiciones de las dos funciones en ambos sentidos tienen el mismo resultado *x*.

En lo que toca al dominio y rango de una función inversa es importante que comiences demostrando con la ayuda de una relación de pares ordenados, como el dominio de la función es el rango de su inversa, así como el rango de la función es igual al dominio de su inversa.

Notas para el profesor impartidor correspondientes al Ejercicio 3

Antes de la explicación es necesario que el aprendedor revise la actividad previa como una preparación del tema.

En las actividades correspondientes al tema en Aleks encontrarás ejercicios como:

Introducción a la composición de dos funciones

PREGUNTA

Las funciones u y w se definen a continuación.

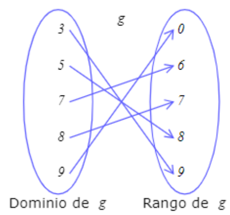
$$u(x) = -2x$$
$$w(x) = -x^2 - 1$$

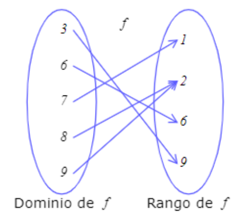
Hallar el valor de $w(u(4))$.

Señala que el orden de la composición es determinante para el resultado.

Composición de dos funciones: Dominio y rango

Dos funciones g y f están definidas en la figura a continuación.

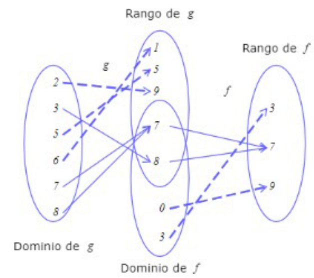




Hallar el dominio y el rango de la composición $f \circ g$. Escribir las respuestas en notación conjuntista.

Dominio de $f \circ g$: $\square$
Rango de $f \circ g$: $\square$

Se te recomienda utilizar un modelo gráfico para explicar al aprendedor cómo obtener el dominio y el rango de la función compuesta:



Determinar si dos funciones son inversas una de la otra

Para cada par de funciones f y g a continuación, hallar $f(g(x))$ y $g(f(x))$.
Luego, determinar si f y g son inversas una de la otra.

Simplifique sus respuestas tanto como sea posible.
(Puede asumir que sus expresiones están definidas para toda x en el dominio de la composición.
No tiene que indicar el dominio.)

(a)	(b)
$f(x) = \dfrac{x-1}{2}$	$f(x) = \dfrac{2}{x},\ x \neq 0$
$g(x) = 2x - 1$	$g(x) = -\dfrac{2}{x},\ x \neq 0$
$f(g(x)) = \square$	$f(g(x)) = \square$
$g(f(x)) = \square$	$g(f(x)) = \square$
○ f y g son inversas una de la otra	○ f y g son inversas una de la otra
○ f y g *no* son inversas una de la otra	○ f y g *no* son inversas una de la otra

En este ejercicio el aprendedor deberá evaluar las composiciones de las funciones en ambos sentidos para comprobar si son inversas entre sí.

Funciones inversas: Problema tipo 1

Las funciones uno a uno g y h están definidas de la siguiente manera.

$$g = \{(1,\ 6),\ (2,\ -1),\ (5,\ 4),\ (6,\ -5),\ (9,\ 1)\}$$

$$h(x) = \frac{x+4}{11}$$

Hallar lo siguiente.

$g^{-1}(6) = \square$

$h^{-1}(x) = \square$

$(h \circ h^{-1})(1) = \square$

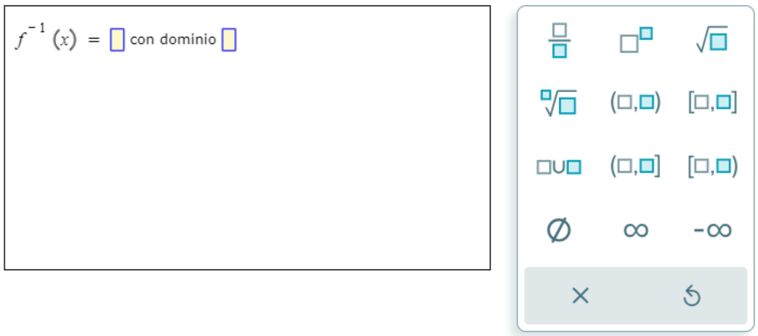
En la segunda parte de este ejercicio demuestra el procedimiento para obtener la inversa de la función y después evalúa la composición de funciones; a continuación, señala al aprendedor que no es necesario hacer todo el proceso para obtener el resultado ya que la composición de una función con su inversa siempre resulta en un valor de salida igual al valor de entrada.

Funciones inversas: cuadrática, raíz cuadrada

Considerar la función $f(x) = (x+1)^2$ con dominio $[-1,\ \infty)$.

Hallar $f^{-1}(x)$, donde f^{-1} es la inversa de f.

Asimismo, indicar el dominio de f^{-1} en notación de intervalo.



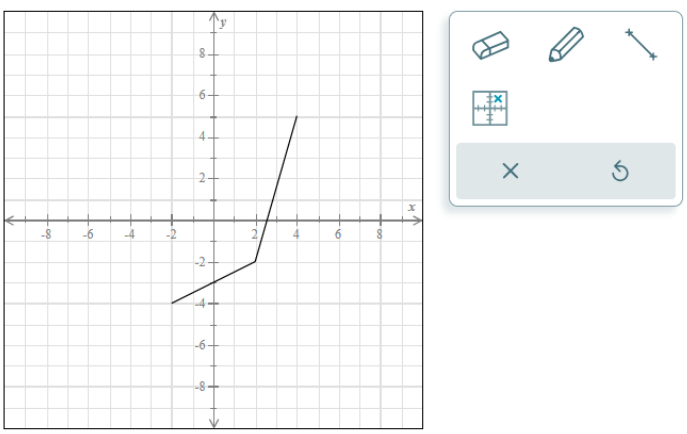
Detalla y enfatiza cada uno de los pasos del procedimiento a seguir para obtener la inversa de una función.

Guía al aprendedor a obtener el rango de la función con base en el dominio que proporciona el ejercicio y posteriormente señala que el rango de la función corresponde al dominio de su inversa.

Trazar el gráfico de la función inversa dado el gráfico de la función

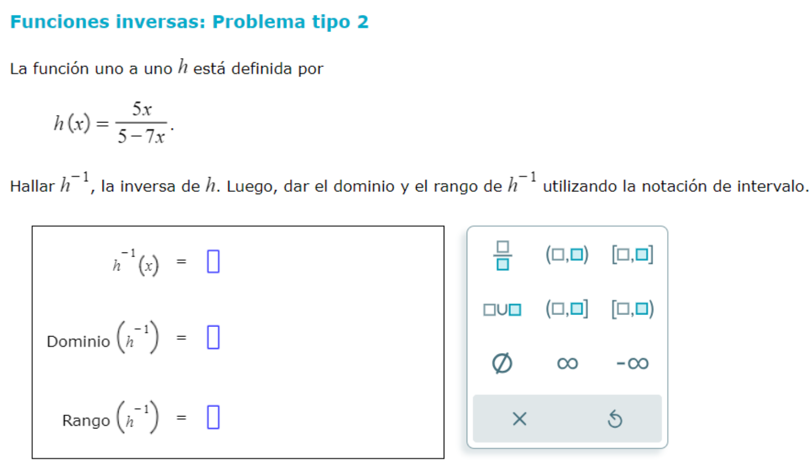
A continuación se muestra todo el gráfico de la función f.

Trazar el gráfico de f^{-1}, la inversa de f.



Indica al aprendedor que es posible trazar la gráfica de la función inversa a la función mostrada, trabajando solamente con las coordenadas de los extremos y vértices de esta.

f	$(-2,\ -4)$	$(2,\ -2)$	$(4,\ 5)$
f^{-1}	$(-4,\ -2)$	$(-2,\ 2)$	$(5,\ 4)$



Retoma los pasos del procedimiento para definir la función inversa.

El aprendedor deberá encontrar el dominio de la función para definir el rango de su inversa y en base al rango, calcular el dominio de la inversa.

Notas para el profesor impartidor correspondientes a la explicación del Tema 4

Comienza retomando los elementos de la ecuación lineal y ayuda al aprendedor a recordar cómo se traza una línea recta mediante su ecuación, así como el comportamiento de esta de acuerdo con el valor de su pendiente.

Enfatiza las diferentes formas de la ecuación de la recta y cómo el aprendedor hará uso de cada una dependiendo de los elementos que disponga.

Se recomienda que demuestres algebraicamente como (sin importar la forma de la ecuación de la recta) es posible transformarla a su forma $y = mx + b$, y una vez que llega a esta ecuación, el aprendedor puede identificar las variables dependiente e independiente. De la misma manera, ejemplifica algebraicamente el procedimiento para llegar en cualquiera de las formas de la ecuación de la recta a la forma $Ax + By = C$ o $Ax + By + C = 0$, que corresponde a un polinomio de primer grado.

Explica el concepto de raíz de una función y señala la forma de obtenerla para la función lineal además de cómo se puede graficar la recta conociendo su raíz y el intercepto en el *eje y*.

Analiza con el aprendedor la forma simétrica de la ecuación de la recta e identifica cada uno de sus elementos.

Notas para el profesor impartidor correspondientes al Ejercicio 4

Antes de la explicación es necesario que el aprendedor revise la actividad previa como una preparación del tema.

En las actividades correspondientes al tema en Aleks encontrarás ejercicios como:

Identificar funciones lineales dados sus pares ordenados

Para cada función, indicar si es o no es lineal.

Función 1

$\{(4, 2), (7, 1), (10, 0), (13, -1)\}$

◯ Lineal
◯ No es lineal

Función 2

$\{(0, 0), (2, 1), (4, 8), (6, 27)\}$

◯ Lineal
◯ No es lineal

Función 3

x	y
-2	-4
2	-2
6	-5
10	-8

◯ Lineal
◯ No es lineal

Función 4

x	y
-5	-5
-4	-8
-3	-13
-2	-19

◯ Lineal
◯ No es lineal

Explica al aprendedor que una función es lineal si y sólo si un cambio constante en *x* produce un cambio constante en *y*.

Hallar la pendiente y la ordenada al origen de una recta dada su ecuación en la forma Ax + By = C

Hallar la pendiente y la ordenada al origen de la recta.

$$-3x+2y=-7$$

Escribir sus respuestas en su forma más simple.

pendiente:

ordenada al origen :

Indefinido

Escribir una ecuación en forma pendiente ordenada al origen dados la pendiente y un punto

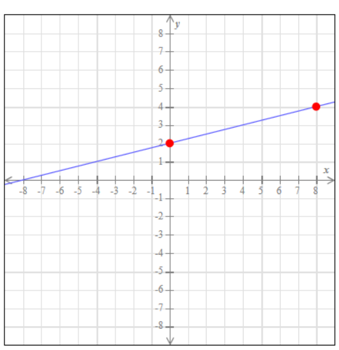
Una recta atraviesa el punto $(-5, 3)$ y tiene una pendiente igual a 2.

Escribir una ecuación en forma pendiente ordenada al origen para esta recta.

En este tipo de ejercicios, el aprendedor practicará las distintas formas de la ecuación de la recta dependiendo de la información que se le provea.

Escribir la ecuación de una recta dados un punto y la ordenada al origen

Escribir la ecuación de la recta a continuación.



Universidad Tecmilenio

Escribir y evaluar una ecuación que modela una situación del mundo real: Avanzado

Los dueños de un área recreativa están llenando un pequeño estanque con agua. Añaden agua a razón de 31 litros por minuto. Al inicio, habían 700 litros de agua en el estanque.

Sea W la cantidad total de agua que hay en el estanque (en litros) y sea T el total de minutos que añaden agua. Escribir una ecuación que relacione W y T. Luego utilizar esta ecuación para hallar la cantidad total de agua que hay en el tanque tras 17 minutos.

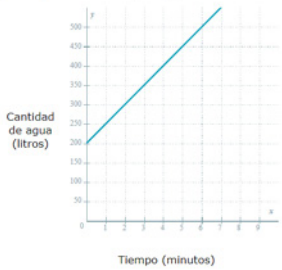
Ecuación: ▯

Cantidad total de agua tras 17 minutos: ▯ litros

Destaca la importancia de la comprensión lectora para que el aprendedor pueda desarrollar la ecuación que se pide en este ejercicio.

Hallar las intersecciones y la tasa de cambio dado el gráfico de una función lineal

Miguel Ángel llena un tanque. El gráfico muestra la cantidad de agua (en litros) que hay en el tanque en comparación con el tiempo (en minutos).



(a) Elegir el enunciado que mejor describa la relación entre el tiempo y la cantidad de agua. Luego llenar el espacio vacío.

- A medida que el tiempo aumenta, la cantidad de agua en el tanque disminuye.

  ¿A qué tasa disminuye la cantidad de agua?

  ▯ litros por minuto

- A medida que el tiempo aumenta, la cantidad de agua en el tanque aumenta.

  ¿A qué tasa aumenta la cantidad de agua?

  ▯ litros por minuto

(b) ¿Cuál es la cantidad de agua en el tanque a los 0 minutos?

▯ litros

Invita al aprendedor a identificar la variable dependiente y la variable independiente y en qué eje se localiza cada una en el plano.

Interpretar los parámetros de una función lineal que modela una situación del mundo real

Un grupo de científicos estudia la temperatura en un planeta distante. Sea y la temperatura (en grados centígrados). Sea x la altura por encima de la superficie (en kilómetros). Supongamos que x y y están relacionadas por la ecuación $y = 36 - 3x$.

Responder las siguientes preguntas.

Observe que un cambio puede ser un aumento o una disminución.
En caso de un aumento, utilizar un número positivo. En caso de una disminución, utilizar un número negativo.

¿Cuál es la temperatura en la superficie del planeta?

▯ °C

¿Cuál es el cambio en la temperatura por cada kilómetro que ascendemos desde la superficie?

▯ °C

El aprendedor será capaz de identificar los parámetros de las ecuaciones que se presentan (pendiente y ordenada al origen), para resolver el ejercicio.

Identificar variables dependientes e independientes en ecuaciones o situaciones del mundo real

Contestar las preguntas a continuación.

(a) Una función relaciona la entrada u al valor de salida $q = 5u + 2$. ¿Cuál es la variable independiente para esta función?	○ q ○ u
(b) Una compañía que fabrica utensilios plásticos está investigando cómo el número de cuchillos que vende por semana está afectado por el precio que cobra por cuchillo. ¿Cuál es la variable dependiente?	○ precio de un cuchillo ○ número de cuchillos vendidos por semana
(c) Kevin trabaja en un parque de atracciones. Él observa que el número de boletos vendidos diariamente en el parque varía con la temperatura máxima diaria. ¿Cuál es la variable dependiente en esta relación?	○ temperatura máxima diaria ○ número de boletos vendidos diariamente

Mediante la comprensión lectora, el aprendedor deberá señalar las variables dependiente e independiente.

Notas para el profesor impartidor correspondientes a la explicación del Tema 5

Señala los elementos de un polinomio de segundo grado que es el que representa a una función cuadrática: término principal, coeficiente principal y término independiente.

Detalla los elementos de la gráfica que representa una función cuadrática y explica la razón por la que una parábola horizontal no puede ser considerada como una función, para ello deberás demostrar que, en el caso de este tipo de ecuaciones, para cada *x*, existen dos coordenadas *y*, lo que la descalifica como función.

Explica las características de la gráfica de la función cuadrática conforme al valor que adquiera el coeficiente principal a, haz hincapié en que mientras más grande sea el valor de *a*, más angosta será la apertura de la parábola y viceversa.

El aprendedor deberá conocer que, para encontrar las intersecciones en el eje x, se debe resolver la ecuación en su forma general igualándola a cero y resolviendo para *x*.

Se recomienda que hagas énfasis en que, conociendo los ceros de la función, esta puede representarse como el producto de dos factores y de la misma forma, al desarrollar la multiplicación de estos dos factores, se obtiene un polinomio de segundo grado.

Es importante que desarrolles un ejemplo que involucre ceros complejos y que expliques que cuando se presentan este tipo de valores en las raíces de la función, es indicativo de que la gráfica no cruza el *eje x*.

Enseña al aprendedor el uso del discriminante para conocer si la gráfica de la función tiene intersecciones en el *eje x* y cuántas.

Retoma el procedimiento de completar el trinomio para calcular la forma estándar de la función cuadrática.

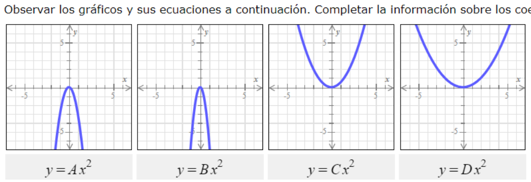
Notas para el profesor impartidor correspondientes al Ejercicio 5

Antes de la explicación es necesario que el aprendedor revise la actividad previa como una preparación del tema.

En las actividades correspondientes al tema en Aleks encontrarás ejercicios como:

Cómo el coeficiente principal afecta la forma de una parábola

Observar los gráficos y sus ecuaciones a continuación. Completar la información sobre los coeficientes A, B, C y D.



	A	B	C	D
(a) Para cada coeficiente, elija si es positivo o negativo	Elija uno	Elija uno	Elija uno	Elija uno
(b) Elija el coeficiente más cercano a cero	○	○	○	○
(c) Elija el coeficiente de mayor valor	○	○	○	○

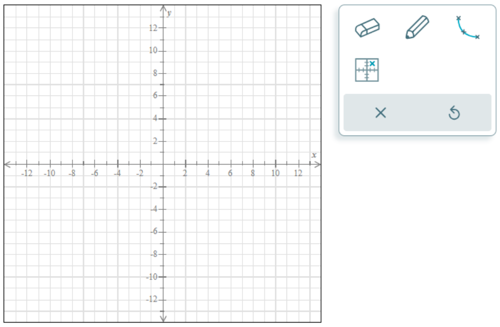
El aprendedor deberá trabajar con las características de la gráfica de una función cuadrática determinadas por el valor del coeficiente principal.

Trazar una parábola de la forma y = a(x-h)^2 + k

Trazar el gráfico de la parábola.

$$y = 3(x+7)^2 + 1$$

Para trazar la parábola, marcar el vértice y cuatro puntos más, dos a cada lado del vértice. Luego hacer clic en el icono del gráfico.



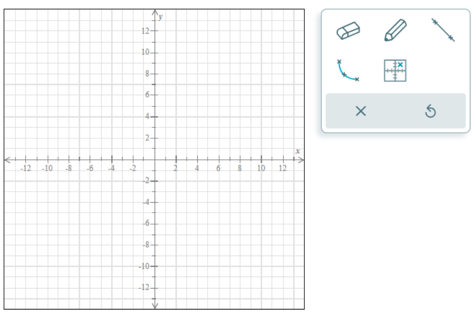
Explica que después de ubicar la coordenada del vértice, el aprendedor debe usar al menos un valor a la izquierda y un valor a la derecha de este para obtener otras dos coordenadas y poder trazar su gráfica.

Trazar el gráfico de una parábola de la forma y = ax^2 + bx + c

Trazar la parábola.

$$y = x^2 + 10x + 20$$

Para trazar la parábola, marcar el vértice y cuatro puntos adicionales, dos a cada lado del vértice. Luego hacer clic en el botón de graficar.



El aprendedor puede usar la fórmula para calcular el eje de simetría y obtener la coordenada *x* del vértice y después obtener la coordenada *y*.

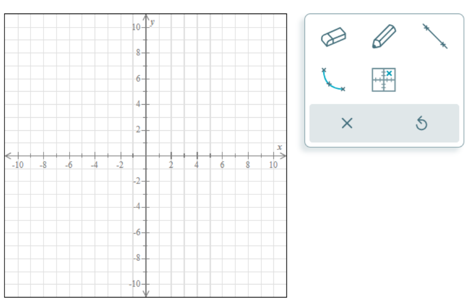
Resolver una ecuación cuadrática trazando su gráfico

Resolver la ecuación trazando su gráfico.

$$x^2 - 10x + 21 = 0$$

Primero, trazar el gráfico de la parábola asociada marcando el vértice y cuatro puntos adicionales, dos a cada lado del vértice.

Luego, utilizar el gráfico para obtener la(s) solución(ones) de la ecuación.
Si tuviera más de una solución, separarlas con comas.



Solución(es): x =

En este ejercicio, después de graficar la función, el aprendedor deberá localizar los ceros o raíces que son las soluciones de la función.

Hallar los ceros de una función cuadrática dada su ecuación

Hallar todos los ceros de la función cuadrática.

$$y = x^2 + 7x - 30$$

Si existe más de un cero, sepárelos con comas.
Si no existen ceros, haga clic en "Ninguno".

cero(s): ▯

Ninguno

El aprendedor debe factorizar para calcular los ceros o raíces de la función. Indica que también puede usar la fórmula cuadrática en lugar de factorizar.

Escribir una función cuadrática dados sus ceros

Escribir una función cuadrática h cuyos ceros sean -2 y 10.

$h(x) =$ ▯

El aprendedor debe convertir los ceros en factores y realizar la multiplicación para obtener la ecuación de segundo grado que representa a la función.

Problema verbal que involucra el máximo o mínimo de una función cuadrática

Lanzan una pelota verticalmente hacia arriba. Después de t segundos, su altura h (en metros) se halla según la función $h(t) = 39.2t - 4.9t^2$. ¿Cuál es la altura máxima que alcanzará la pelota?

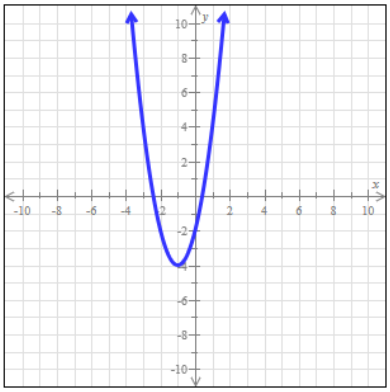
Evitar redondear la respuesta.

Altura: ▯ m

Explica que una vez encontrando el vértice, se puede calcular el máximo o mínimo de la función y señala la importancia de identificar si debe usar la coordenada x o y del vértice según lo que se pida en el problema.

Dominio y rango del gráfico de una función cuadrática

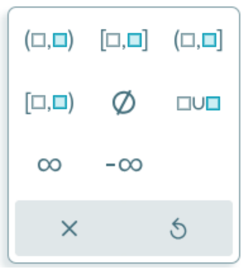
El gráfico de una función cuadrática con vértice $(-1, -4)$ se muestra en la siguiente figura. Hallar el dominio y el rango.



Escribir el dominio y el rango usando la notación de intervalo.

(a) dominio:

(b) rango:



Identifica en la gráfica el dominio y el rango de la función.

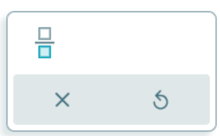
Discriminante de una ecuación cuadrática

Calcular el valor del discriminante y dar el número de soluciones reales de la ecuación cuadrática.

$$9x^2 - 6x + 2 = 0$$

Discriminante:

Número de soluciones reales:



El aprendedor utilizará la fórmula del discriminante.

Notas para el profesor impartidor correspondientes a la explicación del Tema 6

Es importante que te asegures de que el aprendedor identifique una función polinómica de cualquier otro tipo de función.

Detalla las características de las gráficas de funciones polinomiales, guía al aprendedor para que visualmente identifique desde su gráfica, el grado de una función y, por ende, cuantas raíces tiene y de qué tipo (real o compleja).

Explica como las gráficas de las funciones polinomiales se ven influenciadas por el valor del coeficiente principal y ejemplifica gráficamente.

Es recomendable que hagas una revisión sobre la factorización y como un polinomio puede representarse como la multiplicación de sus factores.

Señala al aprendedor la diferencia entre un factor y una raíz y cómo puede distinguir uno de otro.

Aborda la división sintética y haz énfasis en que, si no existe algún término, es necesario respetar su lugar en el dividendo utilizando un cero; igualmente señala que el cociente obtenido es un grado menor que la función antes de ser dividida y que el residuo debe ser cero para que el divisor sea una raíz de la función.

Es importante que presentes nuevamente la fórmula cuadrática y explica que los valores de *x* obtenidos mediante la fórmula son raíces de la función polinómica.

Notas para el profesor impartidor correspondientes al Ejercicio 6

Antes de la explicación es necesario que el aprendedor revise la actividad previa como una preparación del tema.

En las actividades correspondientes al tema en Aleks encontrarás ejercicios como:

Identificar funciones polinómicas

Determinar si cada función es una función polinómica.

Función	¿Es la función un polinomio?	
	Sí	No
(a) $v(x) = -\frac{1}{x^2}$	○	○
(b) $f(x) = x^8 - 7 + 3x^{-6}$	○	○
(c) $h(x) = 7x^6$	○	○
(d) $g(x) = 3\sqrt{x} - 9x^4$	○	○

Hallar un polinomio de un grado dado con ceros dados: Ceros reales

Hallar el polinomio $f(x)$ de grado 4 que tiene los siguientes ceros.

-3 (multiplicidad 2), 2, 0

Dejar su respuesta en forma factorizada.

$f(x) = \square$

Hallar las intersecciones con el eje y y con el eje x dada una función polinómica

Hallar todas las intersecciones con el eje x y todas las intersecciones con el eje y del gráfico de la función.

$$f(x) = 2x^3 + 2x^2 - 18x - 18$$

Si hubiera más de una respuesta, separarlas por comas.

Si aplicara haga clic en "Ninguna".

intersección(es) con el eje x : $\square$

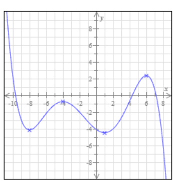
intersección(es) con el eje y : $\square$

Ninguna

Explica que las intersecciones con el *eje x* son las raíces de la función y que el gráfico de una función no puede tener más de una intersección con el eje y dado que para poder considerarse una función cada entrada *(x)* solo puede tener una salida *(y)*.

Inferir propiedades de una función polinómica a partir de su gráfico

Abajo tenemos el gráfico de una función polinómica f con coeficientes reales. Utilizar el gráfico para contestar las siguientes preguntas sobre f. Todos los extremos locales de f se muestran en el gráfico.



(a) ¿Cuáles son los intervalos donde la función f es decreciente? Elegir todas las opciones que correspondan.
☐ (-∞ , -8) ☐ (-8, -4) ☐ (-4, 1) ☐ (-8, 1) ☐ (1, 6) ☐ (6, ∞)

(b) ¿Cuáles son los valores de x de la función f que son máximos locales? Si hay más de un valor, separarlos con comas.

(c) ¿Cuál es el signo del coeficiente principal de f?
Elegir uno

(d) ¿Cuál de las siguientes es una posibilidad para el grado de f? Elegir todas las opciones que corresponden.
☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐ 8 ☐ 9

División sintética

Utilizar división sintética para hallar el cociente y residuo cuando $-2x^4 + 11x^3 + 6x^2 + x + 3$ se divide entre $x-6$ al completar las partes mostradas a continuación.

(a) Completar esta tabla de división sintética.

$$\begin{array}{c|ccccc} 6 & -2 & 11 & 6 & 1 & 3 \\ & & \square & \square & \square & \square \\ \hline & \square & \square & \square & \square & \square \end{array}$$

(b) Escribir la respuesta en la siguiente forma: Cociente $+ \dfrac{\text{Residuo}}{x-6}$.

$$\frac{-2x^4 + 11x^3 + 6x^2 + x + 3}{x-6} = \square + \frac{\square}{x-6}$$

Revisa con el aprendedor cómo identificar cada elemento de la división sintética y como debe organizarlos en sus respuestas.

Utilizar el teorema del residuo para evaluar un polinomio

Utilizar el teorema del residuo para hallar $P(3)$ si $P(x) = x^3 - 4x^2 - 3x + 6$.

Específicamente, dar el cociente y el residuo de la división asociada y el valor de $P(3)$.

Cociente = ▯

Residuo = ▯

$P(3)$ = ▯

Señala al aprendedor que, al usar la división sintética, el residuo es el resultado de evaluar la función con el valor del divisor.

El teorema del factor

Utilizar el teorema del factor para determinar si $x - 2$ es un factor de $P(x) = -x^3 + 2x^2 - 3x + 6$.

Específicamente, evalúe P con el valor apropiado, y luego determine si $x - 2$ es un factor.

$P(▯)$ = ▯

○ $x - 2$ es un factor de $P(x)$

○ $x - 2$ *no* es un factor de $P(x)$

Utilizar un cero dado para escribir un polinomio como un producto de factores lineales: Ceros reales

Para el polinomio a continuación, 2 es un cero.

$$g(x) = x^3 + 2x^2 - 6x - 4$$

Expresar $g(x)$ como un producto de factores lineales.

$g(x)$ = ▯

Señala la diferencia entre factor y cero (raíz).

Hallar todos los posibles ceros racionales utilizando el teorema de los ceros racionales: Problema tipo 1

Utilice el teorema de los ceros racionales para hacer una lista de todos los posibles ceros racionales del siguiente polinomio.

$$f(x) = 10x^4 + 3x^3 - 8x^2 - 5x - 1$$

Asegurarse de que ningún valor en su lista aparece más de una vez.

▯

El aprendedor sólo debe enlistar los posibles ceros racionales.

Utilizar el teorema de los ceros racionales para hallar todos los ceros de un polinomio: Ceros racionales

La función a continuación tiene por lo menos un cero racional.
Utilizar este dato para hallar *todos* los ceros de la función.

$$h(x) = 2x^3 - 23x^2 + 58x + 35$$

Si hubiera más de un cero, separarlos con comas. Escribir valores exactos, no aproximaciones decimales.

Indica que después de haber obtenido el listado de posibles ceros o raíces, deberá usar la división sintética para revisar cada posible raíz hasta encontrar una que deje un residuo cero y, por tanto, se comprueba que se trata de una raíz.

Utilizar un cero dado para escribir un polinomio como un producto de factores lineales: Ceros complejos

Para el polinomio a continuación, 3 es un cero.

$$g(x) = x^3 - 5x^2 + 18$$

Escribir $g(x)$ como un producto de factores lineales.

$g(x) =$

Retoma el concepto de números complejos y las potencias de i.
Durante la explicación usa la fórmula cuadrática con el cociente para obtener el resto de los ceros.

Notas para el profesor impartidor correspondientes a la explicación del Tema 7

Explica mediante ejemplos cómo diferenciar una función racional y señala que los valores de la función no permiten un cero en el denominador ya que provocaría una indeterminación.

Trabaja con los conceptos de dominio y rango, y la notación de intervalo.

Señala los diferentes tipos de asíntotas y cómo calcularlas, haz hincapié en que no siempre debe presentarse una asíntota y cómo determinar esta situación. Trabaja con el aprendedor un ejemplo de asíntota oblicua y ayúdale a identificar su ecuación como una recta de la forma *y = mx + b*.

Retoma el proceso de la división larga, indica al aprendedor cada uno de sus elementos y el procedimiento para calcularla.

Notas para el profesor impartidor correspondientes al Ejercicio 7

Antes de la explicación es necesario que el aprendedor revise la actividad previa como una preparación del tema.

En las actividades correspondientes al tema en Aleks encontrarás ejercicios como:

Dominio de una función racional

La función f está definida a continuación.

$$f(x) = \frac{x+6}{x^2+12x+36}$$

Hallar todos los valores de x que NO están en el dominio de f.
Si existe más de un valor, sepárelos con comas.

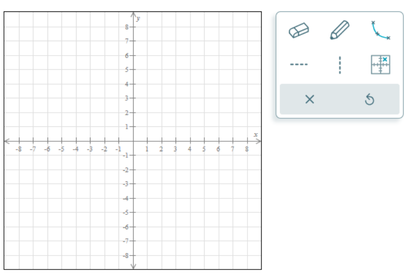
$x =$

Puedes dar la opción de usar factorización o la fórmula cuadrática para obtener los valores que deberán ser omitidos en el dominio y evitar una división entre cero.

Trazar el gráfico de una función racional: Constante sobre lineal

Trazar el gráfico de la función racional $f(x) = \frac{8}{x+4}$.

Para trazar el gráfico de la función, trazar las asíntotas horizontales y verticales (si hubiera alguna) y marcar por lo menos dos puntos en cada pedazo del gráfico.
Luego haga clic en el botón para graficar.



El aprendedor deberá determinar las asíntotas (si existen), y posteriormente utilizar valores de x a la izquierda y derecha de la asíntota vertical para tabular y obtener al menos dos puntos a cada lado de la asíntota para graficar la función.

Hallar las intersecciones con el eje x y con el eje y del gráfico de una ecuación no lineal

Hallar las intersección(es) con el eje x y las intersección(es) con el eje y del gráfico de las siguientes ecuaciones.

$$x^2+y-9=0$$

Si existe más de una respuesta, sepárelas por comas.
Haga clic en "Ninguno" si aplica.

intersección(es) con el eje x:

intersección(es) con el eje y:

Ninguno

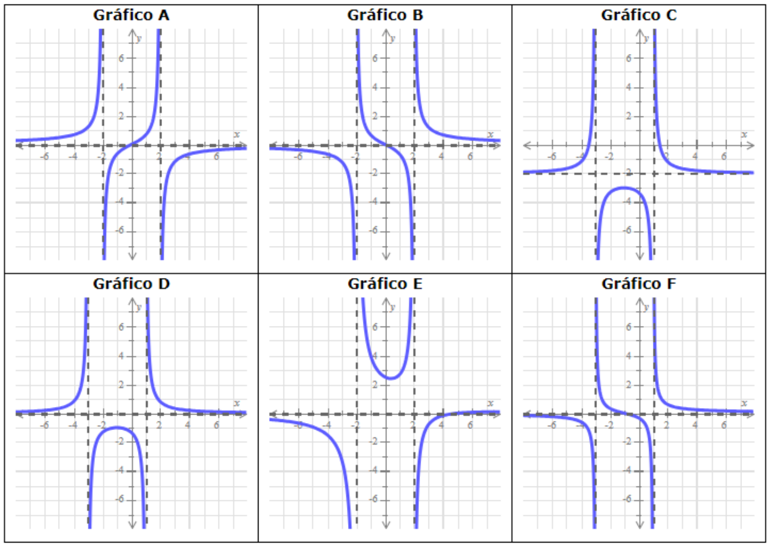
Parear gráficos con funciones racionales: Dos asíntotas verticales

Considerar las siguientes funciones racionales.

$$f(x) = \frac{4}{x^2 + 2x - 3}$$

$$h(x) = \frac{2x}{x^2 - 4}$$

Seleccionar el gráfico de cada función entre las selecciones a continuación.



Explica al aprendedor cómo realizar una tabla de signos para cada intervalo de la función y en base con estos signos, el aprendedor podrá determinar la dirección de cada trazo conforme se aproxima a las asíntotas.

Notas para el profesor impartidor correspondientes a la explicación del Tema 8

Retoma las funciones escalonadas y preséntalas como un ejemplo de una función seccionada. Se recomienda usar un ejemplo de la vida real que sea familiar para el aprendedor para ejemplificar las funciones seccionadas.

Señala que una función definida por partes es un conjunto de reglas que corresponden solamente con un determinado intervalo del dominio de la función.

En la gráfica de las funciones por partes deberás explicar el significado de los puntos abiertos y los puntos cerrados y como se relacionan con la notación de intervalos.

Enfatiza que cada intervalo de valores en el dominio tiene su propia representación gráfica, la cual depende de la regla que le corresponda.

Procura usar una gráfica para señalar al aprendedor el dominio y el rango de una función por partes.

Notas para el profesor impartidor correspondientes al Ejercicio 8

Antes de la explicación es necesario que el aprendedor revise la actividad previa como una preparación del tema.

En las actividades correspondientes al tema en Aleks encontrarás ejercicios como:

Evaluar una función definida por partes

Supongamos que la función h está definida en el intervalo $(-2,\ 2]$ de la siguiente manera.

$$h(x) = \begin{cases} -1 & \text{si } -2 < x \le -1 \\ 0 & \text{si } -1 < x \le 0 \\ 1 & \text{si } 0 < x \le 1 \\ 2 & \text{si } 1 < x \le 2 \end{cases}$$

Calcular $h(-1)$, $h(-0.5)$ y $h(2)$.

$h(-1) = \square$

$h(-0.5) = \square$

$h(2) = \square$

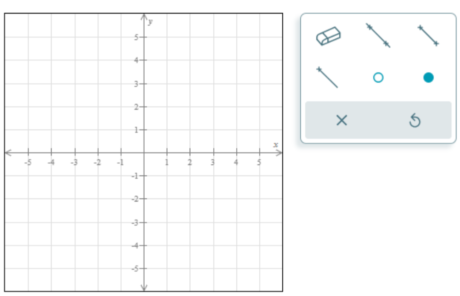
Explica que la regla que se va a usar para calcular el valor de salida dependerá del valor de entrada.

Introducción al gráfico de una función definida por partes con rectas con pendientes distintas de cero

Supongamos que la función g está definida, para todos los números reales, de la siguiente manera.

$$g(x) = \begin{cases} x & \text{si } x \ne 2 \\ -1 & \text{si } x = 2 \end{cases}$$

Trazar el gráfico de la función g.



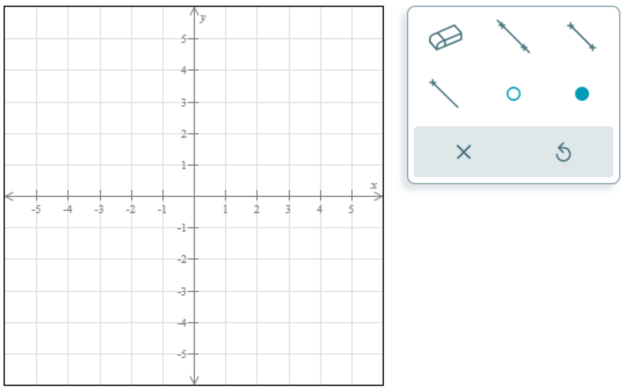
Asegúrate de que el aprendedor identifique los valores que corresponden a cada intervalo.

Trazar el gráfico de una función definida por partes

Supongamos que la función h está definida para todos los números reales de la siguiente manera.

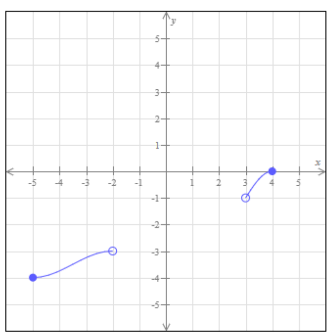
$$h(x) = \begin{cases} 3 & \text{si } x < 1 \\ 2 & \text{si } x = 1 \\ -2 & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

Trazar el gráfico de la función h.



Dominio y rango del gráfico de una función por partes

El gráfico de la función h se muestra por completo en la figura a continuación.
Escribir el dominio y el rango de h como intervalos o uniones de intervalos.



dominio = ▯
rango = ▯

El aprendedor deberá identificar los intervalos definidos en cada uno de los trazos de la gráfica y usar la notación de intervalos para responder..

Notas para el profesor impartidor correspondientes a la explicación del Tema 9

Presenta la forma de la función exponencial y cada uno de los elementos que la componen, guía al aprendedor a identificar una función exponencial.

Es importante que el aprendedor revise las reglas de los exponentes para facilitar la evaluación de las funciones exponenciales.

Explica al aprendedor la equivalencia del número Euler, como da lugar a la función exponencial natural y su papel en la fórmula de crecimiento poblacional.

Asegúrate de que el aprendedor identifique la gráfica de una función exponencial y conozca cómo el valor de la base influye en el comportamiento de la gráfica.

Analiza las características de las gráficas de las funciones exponenciales, incluyendo su rango y dominio y contrasta dos ejemplos que permitan al aprendedor identificar sus diferencias.

Guía al aprendedor a reconocer la forma algebraica de una función exponencial que se traslada vertical u horizontalmente y muestra la traslación gráficamente.

Revisa las propiedades de las funciones exponenciales, incluyendo la relación entre los valores sucesivos de *y*.

Notas para el profesor impartidor correspondientes al Ejercicio 9

Antes de la explicación es necesario que el aprendedor revise la actividad previa como una preparación del tema.

En las actividades correspondientes al tema en Aleks encontrarás ejercicios como:

Resolver una ecuación exponencial hallando bases comunes: Exponentes lineales y cuadráticos

Resolver para x.

$$10^{x^2-22x+75}=100^{6-3x}$$

Si hubiera más de una solución, separarlas con comas.

$x =$

El aprendedor buscará igualar las bases en ambos lados de la ecuación para poder igualar los exponentes resultantes y determinar el valor de la variable.

Tabla de una función exponencial

La función h está definida por la siguiente regla.

$$h(x)=\left(\frac{1}{5}\right)^x$$

Hallar $h(x)$ para cada valor de x en la tabla.

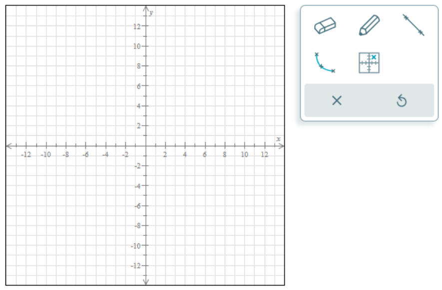
x	$h(x)$
-2	
-1	
0	
1	
2	

El aprendedor deberá aplicar las reglas de los exponentes para evaluar la función.

Trazar el gráfico de una función exponencial: $f(x) = a(b)^x$

Trazar el gráfico de la función exponencial $g(x) = -\frac{3}{2}(2)^x$.

Para trazar el gráfico de la función, marcar los puntos en el gráfico con valores de x iguales a $-2, -1, 0, 1$ y 2, y luego hacer clic en el botón de trazar.



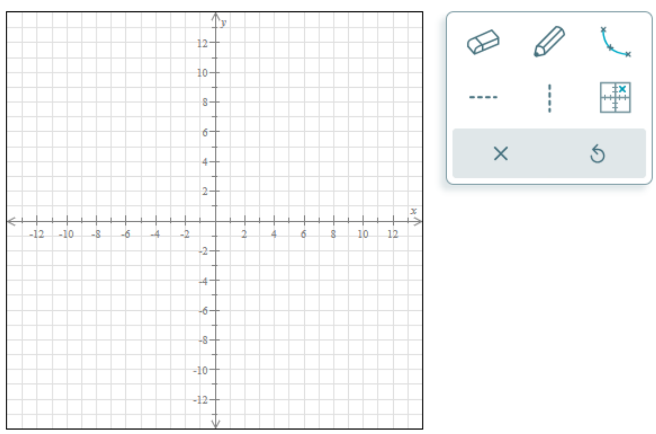
En este ejercicio se proporcionan los valores de entrada para calcular las coordenadas que servirán como guía para el trazo de la gráfica de la función.

Trazar una función exponencial y su asíntota: $f(x)=b^{-x}$ o $f(x)=-b^{ax}$

Trazar el gráfico de la función exponencial $f(x) = -\left(\frac{8}{3}\right)^{-x}$.

Para trazar el gráfico de la función, marcar los puntos en el gráfico con valores de x $-2, -1, 0, 1$ y 2.

Luego trazar las asíntotas, y hacer clic en el icono del gráfico.

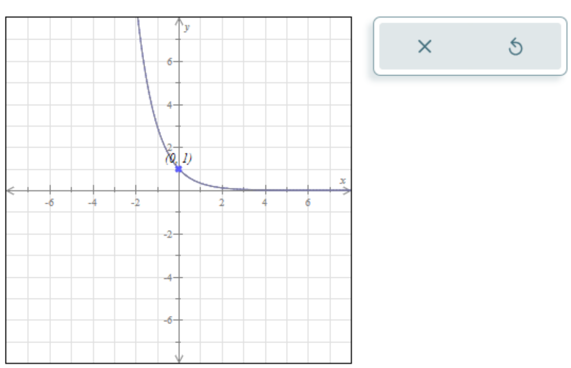


El aprendedor deberá identificar el tipo de función para conocer la forma de su gráfica y determinar la asíntota después de evaluar la función con los valores de entrada dados en el ejercicio.

Trasladar el gráfico de una función exponencial

A continuación se encuentra el gráfico de $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$.

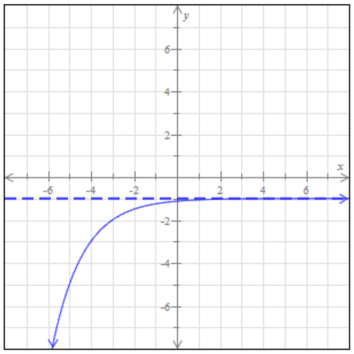
Trasladar el mismo para convertirlo en el gráfico de $y = \left(\frac{1}{3}\right)^{x+1} - 2$.



Conociendo la función inicial y dada la forma de la función después de haber sido trasladada, el aprendedor puede identificar el tipo de traslación y ubicar dos puntos en la gráfica para trazarla.

Hallar el dominio y el rango del gráfico de una función exponencial

El gráfico de una función exponencial se muestra en la siguiente figura.
La asíntota horizontal se muestra como una recta entrecortada.
Encontrar el dominio y el rango.



Escribir las respuestas como desigualdades, utilizando x o y como corresponda.
O en su lugar puede responder haciendo clic en "Conjunto vacío" o "Todos los números reales".

dominio: ▯

rango: ▯

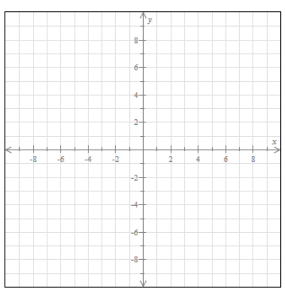
□<□ □>□ □≤□ □≥□

Conjunto vacío

Todos los números reales

Gráfico, dominio y rango de una función exponencial

Trazar el gráfico de la función $g(x) = 2^{x+1}$ y dar el dominio y rango utilizando la notación de intervalos.



Dominio: ▯

Rango: ▯

El aprendedor deberá trazar la gráfica de la función para determinar su dominio y rango.

Calcular la cantidad inicial en un problema verbal sobre interés compuesto continuamente

Los Palma esperan que su hijo comience sus estudios universitarios en doce años. ¿Cuánto dinero deben invertir ahora con una tasa de interés anual de 8.5% compuesto *continuamente*, para que puedan contribuir $\$9000$ para pagar sus estudios?

No redondar los cálculos intermedios. Redondear su respuesta al centavo más cercano.

$ ▯

Calcular la cantidad final en un problema verbal sobre crecimiento o decaimiento exponencial continuo

Un biólogo tiene una muestra de 418 gramos de una sustancia radiactiva. Calcular la masa de la muestra después de dos horas si disminuye de acuerdo con un *modelo de decaimiento exponencial continuo*, a una tasa relativa de 13% por hora.

No redondear los cálculos intermedios. Redondear la respuesta a la décima más cercana.

▯ gramos

Aplicaciones de funciones exponenciales en situaciones de la vida real.

Calcular la cantidad final en un problema verbal sobre crecimiento o decaimiento exponencial continuo

La masa de una sustancia radiactiva sigue un *modelo de decaimiento exponencial continuo*. Una muestra de esta sustancia radiactiva tiene una masa inicial de 5871 kg y disminuye continuamente a una tasa relativa de 17% por día. Calcular la masa de la muestra después de dos días.

No redondear los cálculos intermedios. Redondear la respuesta a la décima más cercana.

▯ kg

Identificar funciones lineales, cuadráticas y exponenciales dados los pares ordenados

Para cada función, indicar si es lineal, cuadrática o exponencial.

Función 1

x	y
5	-512
6	-128
7	-32
8	-8
9	-2

- Lineal
- Cuadrática
- Exponencial
- Nada de lo anterior

Función 2

x	y
0	44
1	31
2	22
3	17
4	16

- Lineal
- Cuadrática
- Exponencial
- Nada de lo anterior

Función 3

x	y
4	3
5	9
6	15
7	21
8	27

- Lineal
- Cuadrática
- Exponencial
- Nada de lo anterior

De acuerdo con la relación entre los valores sucesivos de salida el aprendedor deberá identificar de qué tipo de función se trata.

Notas para el profesor impartidor correspondientes a la explicación del Tema 10

Haz énfasis en la relación entre las ecuaciones logarítmicas y las ecuaciones exponenciales, y presenta al aprendedor la clasificación de los logaritmos de acuerdo con la base que tiene cada uno, guíalos a diferenciar su nomenclatura.

Se recomienda trabajar ejercicios de conversión entre expresiones logarítmicas y expresiones exponenciales y viceversa, usando diferentes bases para los logaritmos.

Explica las gráficas de las funciones logarítmicas mediante un ejemplo que demuestre como estas gráficas son una reflexión de las gráficas de las funciones exponenciales que les corresponden. Señala particularmente la diferencia entre las asíntotas de cada tipo de función.

Haz notar al aprendedor que puede predecir la forma y dirección de la gráfica de una función logarítmica dependiendo del valor de la variable b en la función y que existen tres puntos clave que pueden ayudarle a realizar el gráfico.

Pide al aprendedor que verifique en su calculadora si tiene la opción para calcular un logaritmo de cualquier base, explica cómo usar la fórmula de cambio de base.

Notas para el profesor impartidor correspondientes al Ejercicio 10

Antes de la explicación es necesario que el aprendedor revise la actividad previa como una preparación del tema.

En las actividades correspondientes al tema en Aleks encontrarás ejercicios como:

Conversión entre ecuaciones logarítmicas y exponenciales

Reescribir cada ecuación como se indica.

(a) Reescribir

$$\log_3 81 = 4$$

como una ecuación exponencial.

(b) Reescribir

$$8^{-2} = \frac{1}{64}$$

como una ecuación logarítmica.

(a) $\square^{\square} = \square$

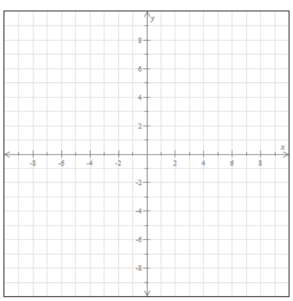
(b) $\log_{\square} \square = \square$

Sugiere al aprendedor que primero identifique cada uno de los elementos de la expresión que va a transformar.

Trazar una función logarítmica: básico

Trazar el gráfico de $f(x) = \log_{1/2} x$.

Para trazar el gráfico de la función, marcar al menos dos puntos en el gráfico, trazar todas las asíntotas, y luego hacer clic en el botón de graficar.



En este ejercicio, para tabular se recomienda usar valores de x que sean potencias de la base del logaritmo, lo que facilitaría el cálculo de *y* o *f(x)*.

Dominio de una función logarítmica: Avanzado

Hallar el dominio de la función.

$$f(x) = \log_5 \sqrt{2x+9}$$

Escribir su respuesta como un intervalo o unión de intervalos.

Dominio: $\square$

Sin solución

Observa que la variable *x* se localiza dentro de una raíz cuadrada, por lo tanto, esa expresión no puede ser un valor menor que cero.

Propiedades básicas de logaritmos

Llenar los espacios vacíos que hacen que las ecuaciones sean verdaderas:

$$\log_7 8 - \log_7 9 = \log_7 \square$$

$$\log_4 11 + \log_4 \square = \log_4 77$$

$$\log_5 4 = 2\log_5 \square$$

Expandir una expresión logarítmica: Problema tipo 1

Utilizar las propiedades de los logaritmos para expandir $\log \frac{z}{y^6}$.

Cada logaritmo en la respuesta debe implicar sólo una variable.
Supongamos que todas las variables son positivas.

$$\log \frac{z}{y^6} = \square$$

Desarrollar una expresión logarítmica: problema tipo 3

Emplear las propiedades de los logaritmos para desarrollar la siguiente expresión.

$$\log\left(\frac{6(x+5)^2}{\sqrt[3]{x^4}}\right)$$

La respuesta no debe tener radicales ni exponentes.

Suponer que todas las variables son positivas.

$$\log\left(\frac{6(x+5)^2}{\sqrt[3]{x^4}}\right) = \square$$

El aprendedor deberá utilizar las propiedades de los logaritmos para resolver estos ejercicios.

Evaluar expresiones mediante propiedades de logaritmos

Utilizar las propiedades de los logaritmos para evaluar cada una de las siguientes expresiones.

(a) $4\ln e^2 + \ln e^9 = \square$

(b) $\log_2 5 - \log_2 20 = \square$

Escribir una expresión como un logaritmo sencillo

Escribir la expresión como un logaritmo sencillo.

$$3\left(\log_3 y - 2\log_3 z\right) + 3\log_3 x$$

$\log_{\square}(\square)$

Cambio de base para logaritmos: Problema tipo 2

Considerar la ecuación.

$$\log_9 8^{x+2} = 14$$

Calcular el valor de x.
Redondear la respuesta a la milésima más cercana.

$x = \square$

Utiliza la fórmula del cambio de base.

Hallar la tasa o el tiempo en un problema verbal de crecimiento exponencial o descomposición

Vamos a suponer que hacemos una inversión inicial $\$15\,000$ en una cuenta con una tasa de interés fija, compuesta *continuamente*. Supongamos también que, después de dos años, la cantidad de dinero en la cuenta es $\$16\,272$. Hallar la tasa de interés por año.

Escribir la respuesta como un porcentaje. Sin redondear ninguna computación intermedia, y redondear el porcentaje a la centésima más cercana.

$\square$ % por año

El aprendedor deberá usar la fórmula de crecimiento o decrecimiento exponencial continuo, convirtiendo la expresión resultante a un logaritmo natural para poder resolverla.

Calcular tiempo dada una función exponencial con base e que modela una situación del mundo real

La cantidad de bacterias $P(h)$ en una determinada población aumenta de acuerdo a la siguiente función, donde el tiempo h se mide en horas.

$$P(h) = 2300e^{0.11h}$$

¿Cuántas horas tomará para que el número de bacterias llegue a 2800?

Redondear la respuesta a la décima más cercana. No redondear los cálculos intermedios.

$\square$ horas

La solución requiere convertir la función exponencial a una expresión logarítmica.

Notas para el profesor impartidor correspondientes a la explicación del Tema 11

Comienza haciendo una remembranza de los conceptos de razones trigonométricas, posteriormente guía al aprendedor a identificar una función trigonométrica.

Explica las características particulares de las funciones seno y coseno, detalla cada uno de los elementos de sus expresiones algebraicas y que es lo que representan dentro de las gráficas senoidales.

Se recomienda presentar gráficamente cada uno de los parámetros tanto en una gráfica de la función seno como en una gráfica de la función coseno.

Señala como el signo del coeficiente a en la función trigonométrica afecta la forma que adquiere la gráfica tanto en la función seno como en la función coseno y haz hincapié en la importancia de que previo a graficar, el aprendedor debe conocer que forma tendrá la gráfica porque esto facilitará su trazo.

Muestra las gráficas seno y coseno sin ningún tipo de desplazamiento y permite que el aprendedor localice las raíces, la intersección en el *eje y* y los puntos mínimo y máximo, explica como estos 5 puntos serán determinantes para el trazo de la gráfica.

Posteriormente contrasta con ejemplos de gráficas seno y coseno que presenten desplazamientos horizontal y vertical, guía al aprendedor a ubicar las raíces, la intersección en el *eje y* y los puntos mínimo y máximo.

Explica cómo obtener las coordenadas de las raíces y los puntos mínimo y máximo de la gráfica con ayuda de los parámetros de la función trigonométrica.

De igual manera, ahora describe por medio de un ejemplo, cómo obtener la función trigonométrica a partir de su gráfica.

Notas para el profesor impartidor correspondientes al Ejercicio 11

Antes de la explicación es necesario que el aprendedor revise la actividad previa como una preparación del tema.

En las actividades correspondientes al tema en Aleks encontrarás ejercicios como:

Amplitud y periodo de las funciones seno y coseno

Hallar la amplitud y el periodo de la función.

$$y = -\frac{3}{2}\cos\left(\frac{1}{2}x\right)$$

Dar valores exactos, no aproximaciones decimales.

Amplitud:

Periodo:

El aprendedor deberá identificar los parámetros de la función trigonométrica para poder calcular los datos que se le piden.

Amplitud, periodo y desplazamiento de fase de las funciones seno y coseno

Hallar el desplazamiento de fase, el periodo y la amplitud de la función.

$$y = -2\cos\left(3x - \frac{\pi}{4}\right) - 2$$

Dar valores exactos, no aproximaciones decimales.

Desplazamiento de fase:

Periodo:

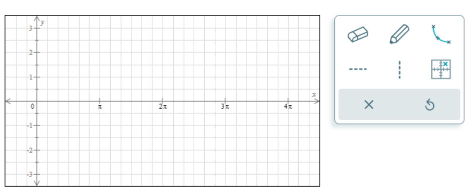
Amplitud:

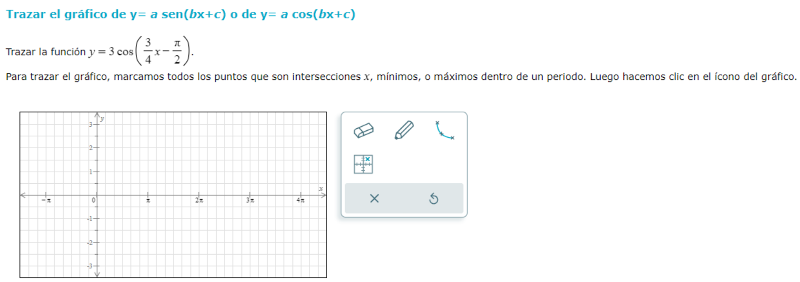
Informa al aprendedor que el desplazamiento de fase se refiere a desplazamiento horizontal.

Trazar el gráfico de y= *a* sen(*b*x) o de y= *a* cos(*b*x)

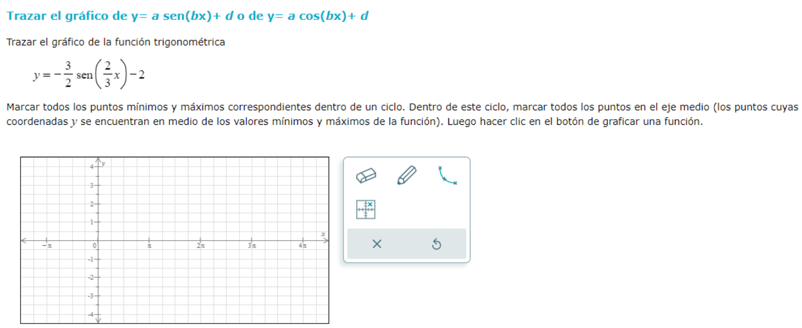
Trazar el gráfico de la ecuación $y = -\frac{5}{2}\cos\left(\frac{3}{4}x\right)$.

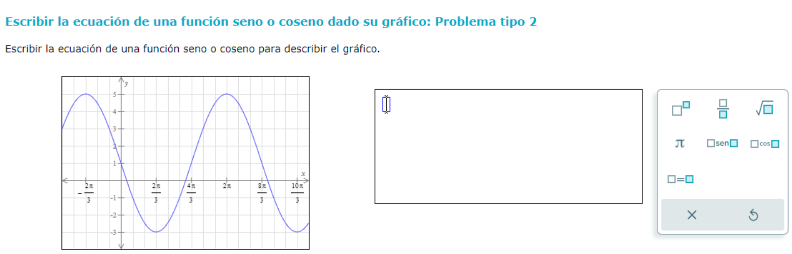
Para trazar el gráfico, marque todas las intersecciones en x, los puntos mínimos, y máximos dentro de un periodo. Luego haga clic en el botón para graficar.





Guía al aprendedor a identificar los parámetros de la función para que antes de realizar el trazo conozcan si la gráfica presenta algún tipo de desplazamiento.





Explica al aprendedor que dependiendo del ciclo que seleccione en la gráfica, podría obtener varias ecuaciones de la función que describan la misma gráfica.

Notas para el profesor impartidor correspondientes a la explicación del Tema 12

De manera informal, explica que una función continua es aquella que no presenta ningún salto o interrupción en su trazo.

Señala que las gráficas pueden ser continuas en referencia a un intervalo solamente.

Retoma el concepto de los límites y explica cada una de las tres condiciones de las funciones continuas, se recomienda que te apoyes en gráficas que ejemplifiquen cada condición.

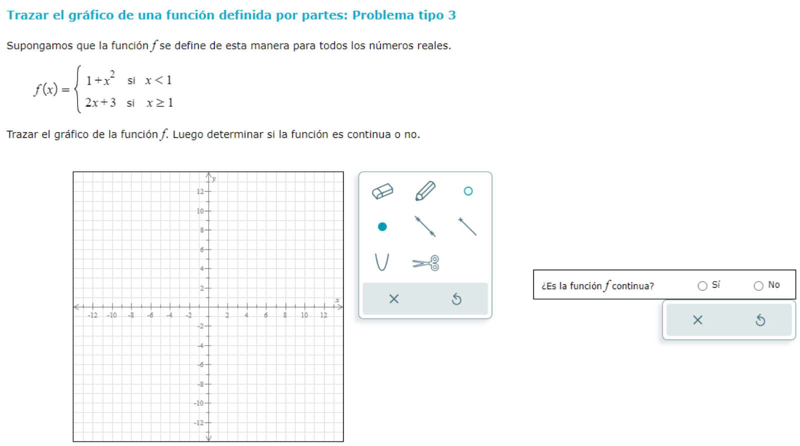
De la misma forma, demuestra algebraicamente las tres condiciones de continuidad.

Trabaja con ejemplos de funciones cuyas gráficas son discontinuas y explica en qué punto y bajo qué condición se presenta la discontinuidad.

Notas para el profesor impartidor correspondientes al Ejercicio 12

Antes de la explicación es necesario que el aprendedor revise la actividad previa como una preparación del tema.

En las actividades correspondientes al tema en Aleks encontrarás ejercicios como:

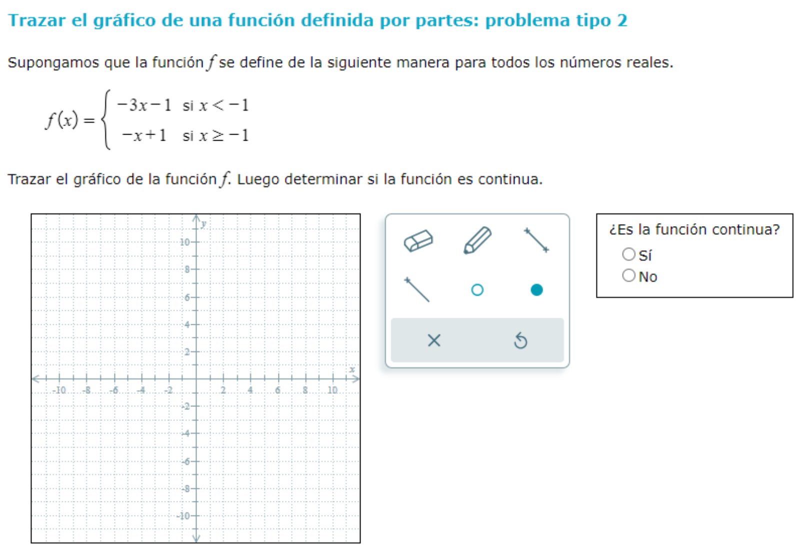

Trazar el gráfico de una función definida por partes: Problema tipo 3

Supongamos que la función f se define de esta manera para todos los números reales.

$$f(x) = \begin{cases} 1+x^2 & \text{si } x<1 \\ 2x+3 & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$$

Trazar el gráfico de la función f. Luego determinar si la función es continua o no.

¿Es la función f continua? Sí No


Trazar el gráfico de una función definida por partes: problema tipo 2

Supongamos que la función f se define de la siguiente manera para todos los números reales.

$$f(x) = \begin{cases} -3x-1 & \text{si } x<-1 \\ -x+1 & \text{si } x \geq -1 \end{cases}$$

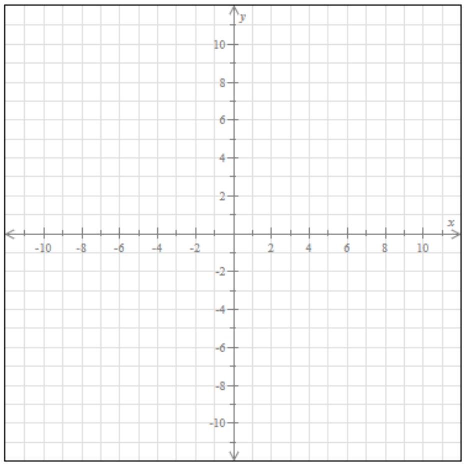
Trazar el gráfico de la función f. Luego determinar si la función es continua.

¿Es la función continua?
Sí
No

El aprendedor deberá trazar la gráfica y definir por observación si se trata de una gráfica continua o discontinua.

Trazar el gráfico de una función racional con agujeros

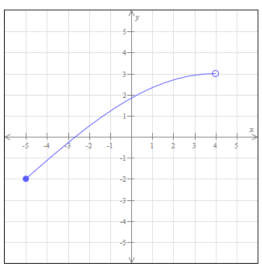
Trazar el gráfico de la función racional $f(x) = \dfrac{2x+8}{x^2+6x+8}$.

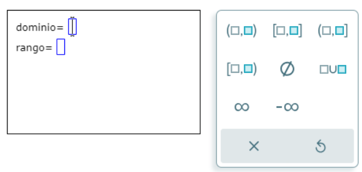


Indica al aprendedor que los agujeros de la gráfica de la función son los puntos de discontinuidad.

Dominio y rango a partir del gráfico de una función continua

La siguiente figura muestra la totalidad del gráfico de la función h.
Escribir el dominio y rango de h usando la notación de intervalo.



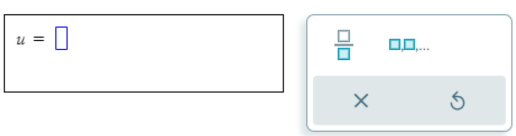


Restricción sobre una variable en el denominador: Polinomio cuadrático

Hallar todos los valores excluidos para la expresión.
Es decir, hallar todos los valores de u para los cuales la expresión no está definida.

$$\frac{u^2-5u+4}{u^2-2u+1}$$

Si existe más de un valor, separarlos con comas.



Señala al aprendedor que los puntos excluidos en la expresión son los puntos donde se presenta la discontinuidad.