Matemáticas para ingeniería

Guía para el profesor
LSMA1802

Contenido

Metodología del curso

Estimado colega:

El presente documento te servirá como apoyo para la impartición del curso. Encontrarás en forma breve una revisión general o resumen del contenido, observaciones y apoyos adicionales para impartir de mejor forma los contenidos del curso.

El objetivo de esta materia es proveer a los aprendedores de las herramientas necesarias para desarrollar las competencias necesarias para **solucionar problemas de ingeniería en donde utilice el cálculo vectorial y de varias variables**, las cuales se encuentran distribuidas a lo largo de 15 temas.

En el **primer módulo** de forma progresiva se presentan las definiciones necesarias para introducir los primeros conceptos sobre el cálculo vectorial y de varias variables, primeramente, se muestra la concepción de los vectores y las operaciones entre ellos, con el objetivo de preparar a los aprendedores para los temas de cálculo vectorial del segundo y tercer módulo. De forma subsecuente se muestran operaciones de funciones vectoriales multivariables básicas en tres dimensiones, así como su movimiento en el espacio y campos vectoriales, lo cual comienza en primer grado en ambos cálculos mencionados.

El **segundo módulo** se enfoca de forma primordial en el cálculo de varias variables debido a que muestra temas como derivadas parciales, derivadas direccionales y el vector gradiente (nabla), así como su contraparte el cálculo integral de varias variables, comenzando con el tema de máximos y mínimos de funciones multivariables, después integración múltiple y, por último, integración en coordenadas polares y cilíndricas. Este módulo requiere todos los temas aprendidos en la materia de fundamentos matemáticos, por lo que, si es necesario, se deberá dar un repaso de este.

En el **tercer módulo**, como extensión de la segunda parte del módulo dos, se muestra en la primera parte las integrales en coordenadas esféricas y el teorema de Green, esto concluye con los temas relacionados con el cálculo vectorial y de varias variables. En los posteriores temas 13, 14 y 15 se presentan la determinante de una matriz y matriz inversa, método de la inversa y regla de Cramer y el método de Gauss, los cuales son una introducción a álgebra lineal como complemento de los cálculos vistos en esta materia.

Observaciones previas al curso

El manejo de los tiempos fuera de clase es clave para organizar de manera eficiente la revisión de actividades, preparación de material adicional y consultas externas que pudieran surgir por parte de los aprendedores. Debes contemplar que:

- El curso cuenta con 15 temas, por lo que el avance debe ser un tema por cada semana, anticípate a días de asuetos, puentes y suspensiones para mantenerte dentro del cronograma de avance.
- Dependiendo de tu campus, regularmente se programan tres sesiones, dos de 2 horas y una de 1 hora por semana, es decir, 5 horas en total por semana, se recomienda dejar 1 hora más para dudas y demás asesorías a la semana para la mejor comprensión de la materia.
- En el sistema banner, en la opción de libro electrónico de calificaciones podrás revisar las fechas límites de entrega de cada una de las actividades del curso, revísalas al inicio de este, para que puedas programarte de manera eficiente a lo largo del semestre.

- El curso cuenta con dos exámenes parciales, un examen final, 15 ejercicios, seis exámenes rápidos, tres evidencias y seis actividades:
    - Tema 1 (Ejercicio 1).
    - Tema 2 (Ejercicio 2).
    - Tema 1 y 2 (Examen rápido 1).
    - Tema 1 y 2 (Actividad 1).
    - Tema 3 (Ejercicio 3).
    - Tema 4 (Ejercicio 4).
    - Tema 5 (Ejercicio 5).
    - Tema 3, 4 y 5 (Examen rápido 2).
    - Tema 3, 4 y 5 (Actividad 2).
    - Evidencia 1 (Temas 1 al 5).
    - Examen parcial 1 (Temas 1 al 5).
    - Tema 6 (Ejercicio 6).
    - Tema 7 (Ejercicio 7).
    - Tema 6 y 7 (Examen rápido 3).
    - Tema 6 y 7 (Actividad 3).
    - Tema 8 (Ejercicio 8).
    - Tema 9 (Ejercicio 9).
    - Tema 10 (Ejercicio 10).
    - Tema 8, 9 y 10 (Examen rápido 4).
    - Tema 8, 9 y 10 (Actividad 4).
    - Evidencia 2 (Temas 6 al 10).
    - Examen parcial 2 (Temas 6 al 10).
    - Tema 11 (Ejercicio 11).
    - Tema 12 (Ejercicio 12).
    - Tema 11 y 12 (Examen rápido 5).
    - Tema 11 y 12 (Actividad 5).
    - Tema 13 (Ejercicio 13).
    - Tema 14 (Ejercicio 14).
    - Tema 15 (Ejercicio 15).
    - Tema 13, 14 y 15 (Examen rápido 6).
    - Tema 13, 14 y 15 (Actividad 6).
    - Evidencia 3 (Temas 11 al 15).
    - Examen parcial 3 (Temas 11 al 15).
    - Examen final (Temas 1 al 15).

Respuestas a los ejercicios en general

Con anticipación, antes de encargarlos a los aprendedores, resuelve los ejercicios de las actividades y crea tu propia base de datos de las respuestas de los ejercicios, recuerda que puedes cambiar constantes, valores y detalles en los ejercicios para evitar que todos los semestres sean exactamente los mismos, se sugiere revisar con rúbrica práctica de ejercicios (número de reactivos correctos/número de reactivos totales).

El alumno en clase

En el modelo ideal se contempla que los aprendedores se responsabilicen de su propio conocimiento, aprendan por ellos mismos, sean curiosos e investiguen para plantear preguntas en clase, sean organizados con sus entregas de tareas, creen grupos de estudio, realicen las tareas de manera individual y en forma original siguiendo en todo momento las directrices de integridad académica. Fuera de estos supuestos, el profesor debe:

1. Detectar áreas de oportunidades e insuficiencias en el manejo de:
    a. Operaciones con vectores y manejo de funciones vectoriales.
    b. Resolución de derivadas parciales e integración de funciones multivariables.
    c. Introducción al álgebra lineal.
2. Ofrecer ejercicios y alternativas, para que de manera personal cada aprendedor sea responsable y refuerce su conocimiento en los puntos listados con anterioridad.
3. Cuando las actividades contemplen ejercicios, pedir procedimientos detallados paso a paso, que sean limpios, ordenados y legibles, revisar de forma minuciosa y retroalimentar en forma positiva los errores encontrados, ser justos a la hora de calificar, se recomienda calificar con número de reactivos correctos/número de reactivos totales.

Competencia del curso

Soluciona problemas de ingeniería en donde utilice el cálculo vectorial y de varias variables.

Temario

11.2	Integración de esferas uniformes y no uniformes
Tema 12.	**Teorema de Green**
12.1	Integral de línea y Teorema de Green
Tema 13.	**Determinante de una matriz y matriz inversa**
13.1	Determinante de una matriz
13.2	Matriz inversa
Tema 14.	**Método de la inversa y Regla de Cramer**
14.1	Método de la inversa
14.2	Regla de Cramer
Tema 15.	**Método de Gauss**
15.1	Método de Gauss en una matriz cuadrada

Recursos especiales

Requisitos especiales	Especificación	Temas en los que se usará
Software	**GeoGebra** es una herramienta digital gratuita para clases, graficar geometría, pizarra interactiva y mucho más. Específicamente se usará en los siguientes temas: **Tema 1,2 y 8:** https://www.geogebra.org/classic#3d	**Tema 1:** Introducción a vectores **Tema 2:** Operaciones con vectores **Tema 8:** Mínimos y máximos

Evaluación

Unidades	Instrumento Evaluador	Puntos
6	Actividades.	13
15	Ejercicios.	30
6	Exámenes rápidos	15
3	Evidencias.	15
1	Primer examen parcial.	8
1	Segundo examen parcial.	9
1	Evaluación final.	10
	Total:	**100**

Actividad	Ponderación
Actividad 1	2
Ejercicios Tema 1	2
Ejercicios Tema 2	2
Actividad 2	3
Ejercicios Tema 3	2
Ejercicios Tema 4	2
Ejercicios Tema 5	2
Evidencia 1	5
Actividad 3	2
Ejercicios Tema 6	2
Ejercicios Tema 7	2
Actividad 4	2
Ejercicios Tema 8	2
Ejercicios Tema 9	2
Ejercicios Tema 10	2
Evidencia 2	5

Actividad 5	2
Ejercicios Tema 11	2
Ejercicios Tema 12	2
Actividad 6	2
Ejercicios Tema 13	2
Ejercicios Tema 14	2
Ejercicios Tema 15	2
Evidencia 3	5
Examen Rápido 1	2
Examen Rápido 2	3
Examen Rápido 3	2
Examen Rápido 4	3
Examen Rápido 5	2
Examen Rápido 6	3
Primer examen parcial	8
Segundo examen parcial	9
Evaluación final	10
Total	**100**

Notas de enseñanza por tema

Nota
Módulo 1 En este módulo el aprendedor obtendrá una introducción a vectores y todas las operaciones que conlleva, así mismo a funciones vectoriales y funciones multivariables, con el objetivo de llegar a la comprensión completa sobre funciones vectoriales multivariables, así como operaciones entre sí. **Tema 1: Introducción a vectores** Puntos relevantes: • Explica de manera breve una introducción de física acerca de magnitudes físicas escalares y vectoriales. • Muestra las diferentes formas de sumar y restar vectores (forma gráfica y analítica). • Asegúrate que el aprendedor comprenda la diferencia entre los diferentes sistemas coordenados. Recomendaciones: • Muestra diferentes ejemplos de la diferencia entre la distancia y desplazamiento, así como de la velocidad y la rapidez. • Plasma en un sistema coordenado de algunos ejercicios de suma y resta de vectores. • Revisa el siguiente video con el alumnado para la mejor comprensión de los diferentes sistemas de coordenadas.   ○ MateFacil. (2021, 19 de agosto). *Coordenadas Cilíndricas ¿Qué son? EXPLICACIÓN COMPLETA* [Archivo de video]. Recuperado de https://www.youtube.com/watch?v=kK0mFdwhuT8. **Tema 2: Operaciones con vectores** Puntos relevantes: • Muestra el significado grafico del producto punto y cruz entre vectores. • Explica diferentes métodos para solucionar el producto cruz entre vectores. Recomendaciones: • Realiza ejercicios analíticos de todos los tipos de operaciones entre vectores vistos en este tema y demuéstralos mediante el graficador https://www.geogebra.org/classic **Tema 3: Funciones vectoriales básicas** Puntos relevantes: • Para las funciones vectoriales de una dimensión revisa diferentes aplicaciones de la física y de la ingeniería. • Al solucionar ejercicios de funciones vectoriales de dos y tres dimensiones, da una pequeña introducción sobre sistemas de ecuaciones.

Recomendaciones:

- Realiza un dibujo para explicar de manera gráfica al encontrar un vector en una coordenada de funciones vectoriales multivariables en dos y tres dimensiones.

Tema 4: Movimiento en el espacio

Puntos relevantes:

- El tema 3 es crucial para la comprensión del movimiento de vectores en el espacio, por lo que deberás dedicar más tiempo al tema pasado.

Recomendaciones:

- Realiza ejercicios sobre funciones vectoriales multivariables de forma que observen que en esencia es muy semejante al movimiento de vectores en tres dimensiones.

Tema 5: Campos vectoriales

Puntos relevantes:

- Explica de manera amplia la diferencia entre las funciones vectoriales y los campos vectoriales.

Recomendaciones:

- Revisa el siguiente video con el alumnado para la mejor comprensión de los campos vectoriales.
    - Curso de Cálculo Vectorial con GeoGebra. (2020, 4 de mayo). Parte 1: Definición y ejemplos de campos vectoriales [Archivo de video]. Recuperado de https://www.youtube.com/watch?v=idbizc3qZtk&t=1s

Módulo 2

En el presente módulo se desarrollarán aplicaciones de diferentes temas de los campos vectoriales, es decir, una introducción al cálculo diferencial vectorial, además de una introducción extensa de cálculo integral vectorial en coordenadas cartesianas, polares y cilíndricas.

Tema 6: Derivadas parciales

Puntos relevantes:

- Comenta las aplicaciones clásicas en la ingeniería de las derivadas parciales.
- Las derivadas parciales de orden superior pueden ser complejas de explicar, no obstante, una introducción al cálculo diferencial clásico es una buena alternativa.

Recomendaciones:

- Da una pequeña introducción de cálculo diferencial clásico.
- Para las segundas derivadas parciales es más sencillo de explicar cómo derivar parcialmente la primera derivada parcial.

Tema 7: Derivada direccional y vector gradiente

Puntos relevantes:

- Muestra aplicaciones sobre el gradiente, la divergencia y el rotacional de una función vectorial.
- La aplicación de la primera derivada para encontrar puntos críticos como máximos y mínimos es igualmente aplicable en derivadas parciales de funciones vectoriales.

Recomendaciones:

- Utiliza los mismos métodos que se utilizaron en el tema 2 ahora con la divergencia y el rotacional.
- Muestra la basta diferencia entre el gradiente de una función y la divergencia y rotacional aplicado sobre una función.

Tema 8: Mínimos y máximos

Puntos relevantes:

- Este tema tiene pasos muy específicos, enuméralos para que sea más sencillo de aprender para el alumno.
- Demuestra al aprendedor que el resultado efectivamente es un máximo o mínimo en el siguiente graficador: https://www.geogebra.org/classic

Recomendaciones:

- Establece un ejercicio por cada uno de los diferentes casos.
- De ser posible utiliza algún programa que facilite la sustitución de los valores de las variables dado su extenso tamaño.

Tema 9: Integración múltiple

Puntos relevantes:

- Dado el corto tiempo de la visualización del cálculo integral vectorial muestra el formulario para el cálculo vectorial clásico.
- Muestra la razón por la que la constante es una función de la variable contraria a la que se integra.
- Las integrales definidas múltiples parten de las integrales definidas clásicas, por lo que se deberá dar una conclusión al respecto.

Recomendaciones:

- Muestra la aplicación de integrales múltiples en la ingeniería.
- Apoya al aprendedor con el formulario para integrales clásicas.

Tema 10: Integración en coordenadas polares y cilíndricas

Puntos relevantes:

- Muestra la razón por la que se multiplican ciertas variables en los diferenciales de área y de volumen para coordenadas polares y cilíndricas.
- Recuerda al aprendedor la introducción a las coordenadas polares y cilíndricas.

Recomendaciones:

- Demuestra el parecido entre el tema 9 y 10.
- Muestra por qué theta corre de 0 a 2 pi y por qué si tienes funciones trigonométricas en una sola fase la respuesta es cero, y qué sentido físico tiene.

Módulo 3

En este módulo se presenta la última parte del módulo pasado, es decir, el cálculo integral vectorial de coordenadas esféricas y como final el teorema de Green, así mismo se presenta una introducción al álgebra lineal, desde la presentación de una matriz hasta diferentes métodos para la solución de sistemas de ecuaciones.

Tema 11: Integrales en coordenadas esféricas
Puntos relevantes:

- Explica de manera breve por qué se multiplican algunos factores en el diferencial de área y de volumen.
- Muestra la similitud de la integración en coordenadas esféricas y en coordenadas cilíndricas.

Recomendaciones:

- Muestra por qué theta corre de 0 a 2 pi y phi de 0 a pi, por qué si tienes funciones trigonométricas en una sola fase la respuesta es cero, y qué sentido físico tiene.

Tema 12: Teorema de Green
Puntos relevantes:

- El teorema de Green es un tema demasiado basto, por lo que es esencial que el profesor se apegue únicamente a la fórmula de la integral de línea.
- Dado el material visto en Canvas, muestra además otro ejercicio resolviendo con y sin el teorema de Green.

Recomendaciones:

- Utiliza el teorema de Green como una fórmula e identifica la función f o g según la derivada parcial.

Tema 13: Determinante de una matriz y matriz inversa
Puntos relevantes:

- Muestra el método para realizar un determinante al igual que el producto cruz entre vectores y el rotacional de una función.
- Haz una relación de una matriz inversa con el recíproco de un número en la operación de una multiplicación simple.

Recomendaciones:

- Dada la sencillez de las operaciones, realiza múltiples ejercicios mostrando siempre la cercanía con el producto cruz y el rotacional como aplicación.

Tema 14: Método de la inversa y Regla de Cramer
Puntos relevantes:

- Realiza diferentes ejercicios de la matriz inversa y de la Regla de Cramer.
- Muestra la utilidad del método para solucionar sistema de ecuaciones.

Recomendaciones:

- Muestra diferentes aplicaciones sobre la solución de sistema de ecuaciones.

- Al terminar de ver el tema habla sobre lo útil que es el método de forma numérica.

Tema 15: Método de Gauss

Puntos relevantes:

- Realizar el método de Gauss de forma manual suele ser tedioso, sin embargo, muestra la utilidad del método para los métodos numéricos.
- Habla de las aplicaciones de este método en la programación en la ingeniería.

Recomendaciones:

- Establece pasos muy específicos para realizar el método de forma manual.

Evidencia

Evidencia 1, opción 1

Requerimientos
Una computadora con acceso a internet

Instrucciones para realizar la evidencia

1. Realiza las siguientes operaciones entre vectores

   a) $(5i - 4j + 2k) + (2i - 3j - 9k)$

   b) $(5i - 4j + 2k) - (2i - 3j - 9k)$

   c) $(5i - 4j + 2k) \bullet (2i - 3j - 9k)$

   d) $(5i - 4j + 2k)\; x\; (2i - 3j - 9k)$

2. Determina el ángulo entre los siguientes pares de vectores mediante la operación de producto punto y demuéstralo de forma gráfica https://www.geogebra.org/classic?lang=es, puedes encontrar algunos ejemplos en:

   MATE-V. (2020, 22 de noviembre). *¿Cómo sacar un producto Vectorial y ángulos entre dos vectores en 3 dimensiones en Geogebra?* [Archivo de video]. Recuperado de https://www.youtube.com/watch?v=PYb1tOrMM5g

   a) $(-2i + 4j - 7k), (i - j + 3k)$

   b) $(3i - 2j + 7k), (-i + 3j - 5k)$

3. Determina el vector asociado a la función vectorial en un punto dado.

   a) $5xy^2i - 2x^2z^3j + xyzk \;\; en \;\; (-1,2,-3)$

   b) -$2xy^2zi + x^2yz^3j - x^3zk \;\; en \;\; (-5,2,3)$

4. Determina la coordenada del vector dado asociado a la función vectorial.

   a) $2i - 3j + 8k \quad en \quad 5xyi - 2xj + yzk$

   b) $i + 2j - k \quad en \quad zi - 3xyj - 2xzk$

5. Asume que el campo vectorial de la velocidad de un tiempo fijo es: $\vec{v} = (y^3i + x^3y^2j)[\frac{m}{s}]$

Contesta las siguientes preguntas, justifica tus respuestas con los procedimientos matemáticos adecuados e interpreta los resultados. Utiliza las operaciones vectoriales como herramienta principal y realiza un diagrama de la situación.

Si una partícula de polvo está en la posición: $\vec{r} = (5i - 3j)[m]$

a) ¿Cuál es su velocidad?

b) ¿Cuál es el producto cruz entre la posición la velocidad? ¿Qué significa el resultado?

c) ¿Cuál es el producto punto entre la posición la velocidad? ¿Qué significa el resultado?

Entregables: Un documento en Word con las soluciones de los problemas dados, anexando imágenes de pantalla de la página de GeoGebra donde se requiera.

Evidencia 1, opción 2

Requerimientos
Una computadora con acceso a internet

Instrucciones para realizar la evidencia

1. Realiza las siguientes operaciones entre vectores

   a) $(7i + 4j + 2k) + (-2i - j + 2k)$

2. Determina el ángulo entre los siguientes pares de vectores mediante la operación de producto punto y demuéstralo de forma gráfica, en un plano coordenado dibuja los vectores y con ayuda de un transportador mide el ángulo de uno a otro y adjúntalo a tu documento. Puedes guiarte de los siguientes tutoriales para dibujar vectores y el uso del transportador:

   Profesor Sergio Llanos. (2015, 27 de enero). *Vectores unitarios - Unit vectors*. [Archivo de video]. Recuperado de https://www.youtube.com/watch?v=SKb-huPaPi4

   Juliana la profe. (2018, 21 de enero). *Cómo calcular el ÁNGULO ENTRE DOS VECTORES | Juliana la Profe*. [Archivo de video]. Recuperado de https://www.youtube.com/watch?v=8xgMmIlnk1M

   a) $(-3i + 4j), (2i - 3j)$

3. Determina el vector asociado a la función vectorial en un punto dado.

   a) $x^2y^2i - x^2z^3j + 4xy^3zk \;\; en \;\; (-1,2,-3)$

4. Determina la coordenada del vector dado asociado a la función vectorial.

   a) $i - 5j - k \;\; en \;\; xyi - xj + yzk$

5. En una empresa se requiere analizar el flujo de cierto liquido dentro de una tubería con un campo vectorial de velocidad de la siguiente forma $\vec{v} = (2yi + 4xy^2j + xzk)[\frac{m}{s}]$, por tal razón se sueltan 4 dispositivos que permiten identificar el vector de flujo en un punto dado. Determina la posición en el espacio de cada uno de los dispositivos si se recibieron las siguientes lecturas de flujo. Demuéstralo de forma gráfica en el siguiente graficador https://www.geogebra.org/classic?lang=es .

   a) $8i + 5j - k$

   b) $-2i + 3j - 2k$

   c) $-4i - j + 2k$

   d) $5i - 4j + 3k$

Evidencia 2, opción 1

Requerimientos
Una computadora con acceso a internet

Instrucciones para realizar la evidencia

1. Realiza las siguientes derivadas parciales de la función multivariable $f(x,y) = -8x^3y + 2xy^2 - 5x^2y^5 + 12x$
   a) $\frac{\partial f(x,y)}{\partial x}$
   b) $\frac{\partial f(x,y)}{\partial y}$
   c) $\frac{\partial^2 f(x,y)}{\partial x^2}$
   d) $\frac{\partial^2 f(x,y)}{\partial y^2}$
   e) $\frac{\partial^2 f(x,y)}{\partial x \partial y}$

2. Dado el operador nabla $\vec{\nabla} = \frac{\partial}{\partial x} i + \frac{\partial}{\partial y} j + \frac{\partial}{\partial z} k$, determina lo que se te pide
   a) $Obtén\ el\ resultado\ de\ aplicar\ el\ operador\ nabla\ sobre\ la\ funcion$: $f(x,y,z) = -\frac{5x^2y^3}{2z^4}$
   b) $Obtén\ la\ divergencia\ de\ la\ funcion\ vectorial$: $\vec{f}(x,y,z) = -x^2y\, i + 2xy^5z\, j + 12x^2z^4\, k$
   c) $Obtén\ el\ rotacional\ de\ la\ funcion\ vectorial$: $\vec{f}(x,y,z) = -x^2y\, i + 2xy^5z\, j + 12x^2z^4\, k$

3. En una cuartilla describe la representación física de la divergencia y el rotacional de un campo o una función vectorial, así como aplicaciones en tu carrera o en la ciencia en general.

4. Dada la siguiente función multivariable determina sus puntos críticos y si son máximos, mínimos o puntos de inflexión (punto silla).

$$f(x,y) = x^2y - 15xy^2 + 12y.$$

   Demuéstralo de forma gráfica https://www.geogebra.org/classic?lang=es, puedes encontrar algunos ejemplos en:

   Julio Pérez (2019, 7 de septiembre). Curvas de nivel con Geogebra. [Archivo de video]. Recuperado de https://www.youtube.com/watch?v=rdFkc5Doybw

5. Resuelve las siguientes integrales.
    a) $\iint(-12xy^2+8x^3y+3)dxdy$
    b) $\int_0^2\int_{-1}^3(-12xy^2+8x^3y+3)dxdy$
    c) Determina el volumen de la función $f(r,\theta,z)=-2r^2\theta z^3$ en un cilindro completo de radio 3 y altura 4, es decir, r de 0 a 3, θ de 0 a 2π y z de 0 a 4. $\int_0^4\int_0^{2\pi}\int_0^3(-2r^2\theta z^3)rdrd\theta dz$

Entregables: Un documento en Word con las soluciones de los problemas dados, anexando imágenes de pantalla de la página de GeoGebra donde se requiera.

Evidencia 2, opción 2

Requerimientos
Una computadora con acceso a internet.

Instrucciones para realizar la evidencia

1. Realiza las siguientes derivadas parciales de la función multivariable $f(x,y) = -x^3y^2 - 2xy^2 + 8x^4y^2 + 2x^3$

   a) $\frac{\partial f(x,y)}{\partial x}$

   b) $\frac{\partial f(x,y)}{\partial y}$

   c) $\frac{\partial^2 f(x,y)}{\partial x^2}$

   d) $\frac{\partial^2 f(x,y)}{\partial y^2}$

   e) $\frac{\partial^2 f(x,y)}{\partial x \partial y}$

2. Dado el operador nabla $\vec{\nabla} = \frac{\partial}{\partial x} i + \frac{\partial}{\partial y} j + \frac{\partial}{\partial z} k$, determina lo que se te pide

   a) $Obtén\ el\ resultado\ de\ aplicar\ el\ operador\ nabla\ sobre\ la\ funcion: f(x,y,z) = \frac{2x^4y^2}{z^2}$

   b) $Obtén\ la\ divergencia\ de\ la\ funcion\ vectorial: \vec{f}(x,y,z) = -3x^2yz^3\ i - 2xz\ j + y^2z^2\ k$

   c) $Obtén\ el\ rotacional\ de\ la\ funcion\ vectorial: \vec{f}(x,y,z) = -3x^2yz^3\ i - 2xz\ j + y^2z^2\ k$

3. Resuelve las siguientes integrales.

   a) $\iint (-12xy^2 + 8x^3y + 3)dxdy$

   b) $\int_0^2 \int_{-1}^3 (-12xy^2 + 8x^3y + 3)dxdy$

   c) Determina el volumen de la función $f(r,\theta,z) = -2r^2\theta z^3$ en un cilindro completo de radio 3 y altura 4, es decir, r de 0 a 3, θ de 0 a 2π y z de 0 a 4. $\int_0^4 \int_0^{2\pi} \int_0^3 (-2r^2\theta z^3) r dr d\theta dz$

4. Investiga cuál es la ecuación que modela el campo vectorial de un huracán y contesta lo siguiente:

   a) ¿Cuál es la ecuación que modela al huracán en coordenadas cartesianas?

   b) ¿En dónde está centrada la ecuación con respecto al ojo del huracán?

   c) ¿En qué punto se encuentra el vector con mayor magnitud?

5. Realiza las operaciones solicitadas y contesta las preguntas correspondientes.
   a) ¿Cuál es el rotacional del huracán?
   b) ¿Cuál es la divergencia del huracán?
   c) ¿Cuál sería la ecuación del campo vectorial en coordenadas polares?
   d) Realiza una gráfica que muestre el campo vectorial del huracán

6. Contesta las preguntas de análisis que se presentan a continuación:
   a) ¿Qué significa este resultado del rotacional?
   b) ¿Qué significa este resultado de la divergencia?
   c) ¿Cuál es la forma más fácil de representar la ecuación de un campo vectorial que modele a un huracán? (coordenadas cartesianas o polares)

Entregables: Un documento en Word con las soluciones de los problemas dados.

Evidencia 3, opción 1

Requerimientos
Una computadora con acceso a internet.

Instrucciones para realizar la evidencia

1. Realiza la siguiente integral para determinar el volumen en coordenadas esféricas de la función dada.

   a) $\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi}\int_0^{3} 5r\varphi(r^2 sen(\theta) dr d\theta d\varphi)$

2. Aplica el Teorema de Green $\oint_a^a f(x,y)dx + g(x,y)dy = \int_b^c\int_d^e \frac{\partial g(x,y)}{\partial x} - \frac{\partial f(x,y)}{\partial y} dxdy$ para obtener el resultado de la integral de línea a través de resolver las integrales de área.

   a) $\oint_a^a (7x^2y - 4x)dy + (8xy^3 - x^2y^2)dx$
   La integral comienza en el origen, por lo que el valor de y = 0. Luego llega al punto (7,0) y se mueve al (7,4), por lo que el valor de x = 7. Después va del punto (7,4) al punto (0,4) y el valor de y = 4. Finalmente va del punto (0,4) al punto inicial (0,0) siendo en esa última parte x = 0. Es decir, los límites de x serán de 0 a 7 y los límites de y serán de 0 a 4.

3. Determina la siguiente determinante.

   a) $\begin{vmatrix} 2 & -4 & -7 \\ 1 & 2 & 5 \\ 9 & 5 & -2 \end{vmatrix}$

4. Determina la matriz inversa de la siguiente matriz.

   a) $\begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 7 & 2 & -1 \\ -2 & 6 & 3 \end{pmatrix}$

5. Resuelve el sistema de ecuaciones mediante el método de Cramer.

   a) $2x - 3y + 2z = 10$
   $-x + y + 5z = -3$
   $4x - 6y - 3z = -18$

6. Resuelve las siguientes integrales.

   a) $\int_0^2\int_{-1}^3 (-12xy^2 + 8x^3y + 3)dxdy$

b) Determina el volumen de la función $f(r,\theta,z) = -2r^2\theta z^3$ en un cilindro completo de radio 3 y altura 4, es decir, r de 0 a 3, θ de 0 a 2π y z de 0 a 4. $\int_0^4 \int_0^{2\pi} \int_0^3 (-2r^2\theta z^3) r dr d\theta dz$

7. Un mercado de abastos se surte de las mismas cantidades (toneladas) por tipo de semilla con tres proveedores alfa, beta y gamma. Cada uno de los proveedores exhibe para los distintos productos sus precios (miles de_ pesos/tonelada) en la tabla siguiente:

	Arroz	Lentejas	Garbanzos
Proveedor alfa	1.5	3	4
Proveedor beta	2	3	3.5
Proveedor gamma	2	3	4

El pedido que recibe el mercado del proveedor alfa le cuesta $160,000, el que recibe de beta le cuesta $5,000 más que el anterior y el que recibe de gamma le cuesta $5,000 más que este último. Plantea un sistema para determinar las cantidades de semilla que solicita el mercado a sus proveedores.

Resuelve por el método de Cramer:

a) Plantea el sistema de ecuaciones con variables.
b) Muestra la matriz que representa al sistema.
c) Obtén el determinante de la matriz (muestra tus cálculos).

Nota: Sustituye valores, obtén determinantes y divide entre determinante de la matriz original.

a) Obtén el valor de la variable “arroz”.
b) Obtén el valor de la variable “lentejas”.
c) Obtén el valor de la variable “garbanzos”.

Entregables: Un documento en Word con las soluciones de los problemas dados.

Evidencia 1, opción 1

	Nivel de desempeño			
Criterios de evaluación	Altamente competente 100%-86%	Competente 85%-70%	Aún sin desarrollar la competencia 69%-0%	%
Solución a los 10 problemas dados.	80-69 Se solucionaron de forma correcta de ocho a 10 problemas.	68-56 Se solucionaron de forma correcta de cinco a siete problemas.	55-0 Se solucionaron de forma correcta de cero a cuatro problemas.	80%
Representación gráfica de los problemas con GeoGebra.	10-9 Se representaron de forma clara y correcta ambos problemas del punto 2.	8-7 Se representaron de forma clara y correcta un problema del punto 2.	6-0 No se representaron de forma correcta ambos problemas del punto 2.	10%
Aplicaciones del uso de campos vectoriales en situación real.	10-9 Se solucionó de forma clara y correcta la situación planteada del uso de campos vectoriales, dando respuesta a las 3 preguntas.	8-7 Se solucionó de forma clara y correcta la situación planteada del uso de campos vectoriales, dando respuesta a 1 o 2 preguntas.	6-0 No se solucionó de forma correcta la situación planteada del uso de campos vectoriales.	10%
			TOTAL	100%

Evidencia 1, opción 2

	Nivel de desempeño			
Criterios de evaluación	Altamente competente 100%-86%	Competente 85%-70%	Aún sin desarrollar la competencia 69%-0%	%
Solución a los cuatro problemas dados.	40-34 Se solucionaron de forma correcta de tres a cuatro problemas.	33-28 Se solucionaron de forma correcta de uno a dos problemas.	27-0 No se solucionaron de forma correcta los problemas.	40%
Representación gráfica de los problemas de medición del ángulo entre vectores de forma manual.	20-17 Se representaron de forma clara y correcta ambos problemas del punto 2.	16-14 Se representaron de forma clara y correcta un problema del punto 2.	13-0 No se representaron de forma correcta ambos problemas del punto 2.	20%
Aplicaciones del uso de campos vectoriales en situación real (punto 5).	40-34 Se solucionó de forma clara y correcta la situación planteada del uso de campos vectoriales, efectuando los cuatro cálculos y la gráfica.	33-28 Se solucionó de forma clara y correcta la situación planteada del uso de campos vectoriales, efectuando de tres a dos cálculos y la gráfica.	27-0 No se solucionó de forma correcta la situación planteada del uso de campos vectoriales.	40%
			TOTAL	100%

Evidencia 2, opción 1

	Nivel de desempeño			
Criterios de evaluación	Altamente competente 100%-86%	Competente 85%-70%	Aún sin desarrollar la competencia 69%-0%	%
Solución a los 12 problemas dados.	80-69 Se solucionaron de forma correcta de nueve a 12 problemas.	68-56 Se solucionaron de forma correcta de seis a ocho problemas.	55-0 Se solucionaron de forma correcta de cero a cinco problemas.	80%
Representación gráfica del problema cuatro con GeoGebra.	10-9 Se representa de forma clara y correcta el problema del punto 4.	8-7 Se representa el problema del punto 4.	6-0 No se representa de forma correcta el problema del punto 4.	10%
Aplicaciones y representación física de la divergencia y el rotacional (punto 3).	10-9 Se utilizó lenguaje apropiado, la extensión del documento requerida (una cuartilla) y efectivamente son aplicaciones y representación física de la divergencia y el rotacional.	8-7 Se utilizó lenguaje apropiado, la extensión del documento fue menor a la requerida (una cuartilla) y se describió lo requerido de forma incompleta.	6-0 No se utilizó lenguaje apropiado, la extensión del documento no fue la requerida (una cuartilla) y no son aplicaciones reales ni el concepto real de la divergencia y el rotacional.	10%
			TOTAL	100%

Evidencia 2, opción 2

	Nivel de desempeño			
Criterios de evaluación	Altamente competente 100%-86%	Competente 85%-70%	Aún sin desarrollar la competencia 69%-0%	%
Solución a los problemas de derivadas parciales y el operador Nabla.	50-43 Se solucionaron de forma correcta de seis a ocho problemas.	42-35 Se solucionaron de forma correcta de tres a cinco problemas.	34-0 Se solucionaron de forma correcta de uno a dos problemas.	50%
Solución a los problemas de integrales.	25-21 Se solucionaron de forma clara y correcta los tres problemas.	20-17 Se solucionaron de forma clara y correcta de uno a dos problemas.	16-0 No se representaron de forma correcta los tres problemas.	25%
Solución a las preguntas planteadas en la aplicación del campo vectorial de un huracán.	25-21 Se respondieron de manera clara y correcta de ocho a 10 preguntas planteadas.	20-17 Se respondieron de manera clara y correcta de cinco a siete preguntas planteadas.	16-0 Se respondieron de manera correcta de cero a cuatro preguntas planteadas.	25%
			TOTAL	100%

Evidencia 3

	Nivel de desempeño			
Criterios de evaluación	Altamente competente 100%-86%	Competente 85%-70%	Aún sin desarrollar la competencia 69%-0%	%
Solución a los cuatro problemas de integrales (punto 1, 2 y 3).	35-30 Se solucionaron de forma clara y correcta de tres a cuatro problemas.	29-24 Se solucionaron de forma correcta de uno a dos problemas.	23-0 No se solucionaron de forma correcta los cuatro problemas.	35%
Solución a los tres problemas de matrices (punto 4, 5 y 6).	30-26 Se solucionaron de forma clara y correcta los tres problemas de matrices.	25-21 Se solucionaron de forma clara y correcta de uno a dos problemas de matrices.	20-0 No se representaron de forma correcta los tres problemas de matrices.	30%
Solución al problema aplicado (punto 7).	35-30 Se solucionó de forma clara y correcta la situación planteada del uso del álgebra lineal efectuando de cinco a seis cálculos.	29-24 Se solucionó de forma clara y correcta la situación planteada del uso del álgebra lineal efectuando de tres a cuatro cálculos.	23-0 Se solucionó de forma clara y correcta la situación planteada del uso del álgebra lineal efectuando de uno a dos cálculos.	35%
			TOTAL	100%