



Matemáticas avanzadas

Estimado colega:

A continuación, se le proporcionan consejos o recomendaciones para mejorar la implementación del curso de Matemáticas avanzadas, haciendo hincapié en que usted pueda apoyar a sus estudiantes a lograr un aprendizaje dinámico y efectivo.

Módulo 1. Ecuaciones diferenciales lineales de primer orden

Los modelos matemáticos se construyen como una ecuación, la cual involucra variables independientes y dependientes y las relaciones entre ellas. Cuando las relaciones representan variabilidad, se utilizan derivadas, y es en este momento cuando surgen las ecuaciones diferenciales.

Si decimos que la resistencia del aire varía proporcionalmente al cambio de su velocidad, podemos escribir una ecuación del tipo donde se representa la resistencia del aire, la constante de proporcionalidad, y el cambio de la velocidad con respecto al tiempo. De esta forma, acabamos de diseñar un modelo que da lugar a una ecuación diferencial (ED).

Tema 1. Conceptos básicos y Tema 2. Método de solución de ecuaciones

En estos temas es importante reforzar los siguientes puntos en el alumno:

- El concepto de modelo y su representación.
- El diseño de un modelo a través de variables y sus derivadas.
- La aplicación de condiciones iniciales en la solución para determinar los valores de las constantes.
- El método de separación de variables.

Actividad 1

Es importante que, después de las explicaciones de los temas, se practiquen los ejemplos de cada uno y que además se presenten otros ejemplos para que los alumnos puedan resolver su actividad.

Puede sugerir a los alumnos utilizar una calculadora científica o alguna calculadora online como:

WolframAlpha. (2016). Calculadora. Recuperado de <http://www.wolframalpha.com/>

Tema 3. Método del factor integrante, Tema 4. Reducción de orden y Tema 5. Solución general de la ecuación diferencial lineal y el teorema de existencia.

En estos temas es muy importante resaltar lo siguiente:

- La determinación del factor integrante, en los casos en que la ecuación diferencial no sea exacta.
- Enfatizar cómo realizar la reducción de orden en una ecuación diferencial por fórmula.
- Otro punto importante que hay que resaltar es cómo realizar la reducción de orden en una ecuación diferencial por sustitución.

Actividad 2

Repasar con los alumnos los modelos de ecuaciones diferenciales. Es muy importante enfatizar qué es la variable independiente, qué variable dependiente y qué es la medida de variabilidad.

Realizar ejemplos con los alumnos de situaciones de frontera, dominio de la solución o solución particular.

Módulo 2. Ecuaciones diferenciales lineales de órdenes superiores

¿Sabías que el estudio de las ecuaciones diferenciales de 2º orden con coeficientes constantes es muy importante? La mayor parte de los modelos que se utilizan en distintas ramas de la ciencia y los negocios se construyen con ecuaciones diferenciales de este tipo.

Una ecuación diferencial de 2º orden es del tipo:

$$a_2(x)y'' + a_1(x)y' + a_0(x)y = g(x)$$

En donde $a_2(x)$, $a_1(x)$ y $a_0(x)$ en general son funciones cualesquiera.

En el caso particular que se estudiará, tanto $a_2(x)$, $a_1(x)$ como $a_0(x)$ son constantes, de ahí el nombre de ecuaciones diferenciales de 2º orden con coeficientes constantes. Si el término del lado derecho $g(x)$ es cero, se dirá además que es una ecuación diferencial de 2º orden con coeficientes constantes homogénea o simplemente es una ecuación diferencial homogénea (EDH).

Tema 6. La ecuación diferencial lineal homogénea con coeficientes constantes y Tema 7. Métodos de los coeficientes indeterminados.

En estos temas es muy importante enfatizar lo siguiente:

- Resolver problemas de modelos matemáticos que involucren una ecuación diferencial ordinaria de 2º orden con coeficientes constantes.
- Realizar ejemplos de ecuaciones diferenciales no homogéneas y la propia ecuación diferencial.

Actividad 3

Para ayudar a los alumnos a desarrollar su actividad, presente ejemplos de ecuación de movimiento, utilizando condiciones dadas.

Tema 8. Método de variación de parámetros, Tema 9. Aplicaciones de las ecuaciones diferenciales en problemas de modelado y Tema 10. Series de potencia

Para dar seguimiento a estos temas, repase los siguientes puntos:

- Método de variación de parámetros a ED no homogénea de 2° orden.
- Casos en los que podemos utilizar el método de variación de parámetros.
- Modelo determinado en una ecuación diferencial.
- Revisión de series de potencia.

Actividad 4

Es importante recomendar a los alumnos que practiquen problemas de valores límites con condiciones iniciales. No olvide realizar los ejemplos de las explicaciones de los temas. Es factible utilizar calculadora científica o alguna herramienta en línea.

Módulo 3. Técnicas avanzadas de resolución

¿Ha pensado que muchos modelos matemáticos dan lugar a ecuaciones que no se pueden resolver por ninguno de los métodos antes estudiados? La mayoría de las ecuaciones diferenciales con coeficientes variables presentan dificultades en su solución.

Para este tipo de ecuaciones existe un método muy eficaz y poderoso que se llama **solución de ecuaciones diferenciales mediante serie de potencias**, cuyo principio es muy similar al de coeficientes determinados donde se parte de una solución en forma de serie de potencias y se construye la ecuación diferencial. Se empatan índices y potencias y se resuelve cada ecuación. Finalmente, se construye la solución general.

Tema 11. Puntos ordinarios y singulares de una ecuación diferencial lineal y Tema 12. Método de series de potencia para resolver ecuaciones diferenciales en torno a puntos ordinarios

Es importante repasar y explicar en el salón de clases los siguientes puntos:

- ¿Qué es convergencia?
- Intervalo de convergencia.
- Definición de una función por series de potencias.

Actividad 5

Revisar con los alumnos los casos de series de potencias. Es importante enfatizar la solución de una ecuación diferencial de 2° orden.

----- Tema 13. La transformada de Laplace y sus propiedades, Tema 14. La transformada inversa de Laplace y Tema 15. Método de la transformada de Laplace para resolver ecuaciones diferenciales

En estos temas hay que poner ejemplos de los siguientes puntos:

- Cómo obtener la transformada de Laplace, y cómo utilizar las formas y propiedades de la misma.
- Cómo obtener la transformada inversa de Laplace para funciones simples.
- Cómo obtener la transformada de Laplace completando un trinomio cuadrado perfecto.

Actividad 6

Practicar el método de transformada de Laplace con los alumnos para apoyarlos en su actividad. Dar ejemplos para resolver antes de iniciar su ejercicio, para enfatizar los pasos y despejar sus dudas.