

Módulo 1. Sistemas de Control Discretos
Tema 1. Introducción al control digital

Estimado colega:



Imagen obtenida de
<http://www.istockphoto.com/>

Es un placer darte la bienvenida al curso de **Control Digital**. El objetivo de la materia es desarrollar y aplicar habilidades de identificación, medición y diseño de parámetros característicos de los lazos de control discretos. En este curso encontrarás inquietud por parte de los alumnos para entender las principales diferencias entre el control analógico y digital, además de comprender los fundamentos matemáticos que se requieren para implementar un control digital adecuado.

El tema 1, **Introducción al control digital**, muestra un panorama general del control digital, algunos antecedentes del uso de la computadora en el lazo de control, la importancia de la incorporación de la misma, así como también de las principales ventajas y desventajas de ambos tipos de control. Te recomiendo leer el capítulo 1 del libro de texto de Ricardo Fernández del Busto y Ezeta para que comprendas el tema que concierne en esta ocasión.



Te recomiendo también que sugieras a los alumnos entrar al sitio de biblioteca digital del campus <https://millenium.itesm.mx/> y puedan encontrar el libro de texto ya citado en su formato de e-book (Mis bases de datos/McGraw Hill e-books).



Para cerrar el tema, puedes mostrarles el siguiente video [SoWn813]. (2013, 17 de diciembre). *DC Motor Speed Control using PWM from Arduino* [Archivo de video]. Recuperado de <https://www.youtube.com/watch?v=mjYwN5fDhIM>

Aquí se muestra el control de velocidad de un motor de CD con Arduino para que juntos (los alumnos y tú) puedan hacer el ejercicio de identificar los componentes inmersos en el circuito y la función que desempeña cada uno de ellos.

Tema 2. Sistemas discretos

Estimado colega:

Me es grato apoyarte con nuestro tema 2: **Sistemas discretos**. Es muy importante que te enfoques en hacer ver a tus alumnos las diferencias entre las señales continuas y las muestreadas (discretas), así como también en la nomenclatura que se utiliza. Repasa con ellos las señales discretas básicas que estaremos utilizando a lo largo del curso: impulso unitario, escalón unitario, rampa, etcétera. Haz hincapié en la descripción matemática de cada una de ellas y el comportamiento temporal que tienen.



Para la actividad 2, te recomiendo hacer ejemplos de obtención de señales discretas a partir de señales analógicas usando Octave, Excel o cualquier herramienta que sea de tu agrado, para que los apoyes en la realización de la actividad 2.

A continuación te comparto un ejemplo de código en Matlab (que también corre en Octave) para realizar la actividad 2, te puedes apoyar en él para hacer distintos ejemplos en clase.

```

1 clear all; %Borrar todos los buufers
2 clc; %Limpiar consola
3 f = 6; %Frecuencia de la señal en Hertz
4 t = 0:0.01:1; %Definicion del vector tiempo
5 xt = 5*cos(2*pi*f*t); %Definicion de x(t)
6 plot(t,xt); %Gráfica en el tiempo de x(t)
7 grid
8 hold on %para empalmar gráficas
9 title('x(t)');
10 xlabel('t');
11 %Distintos periodos de muestreo
12 T1 = pi/200;
13 T2 = pi/100;
14 T3 = pi/50;
15 %Definicion del vector n
16 n = 0:T1:1; %Se puede ir variando el periodo de muestreo
17 xnTa = 5*cos(2*pi*f*n);
18 stem(n,xnTa,'r');
```

Esta pantalla se obtuvo directamente del software que se está explicando en la computadora, para fines educativos.

Tema 3. Sistemas de control muestreados

Estimado colega:



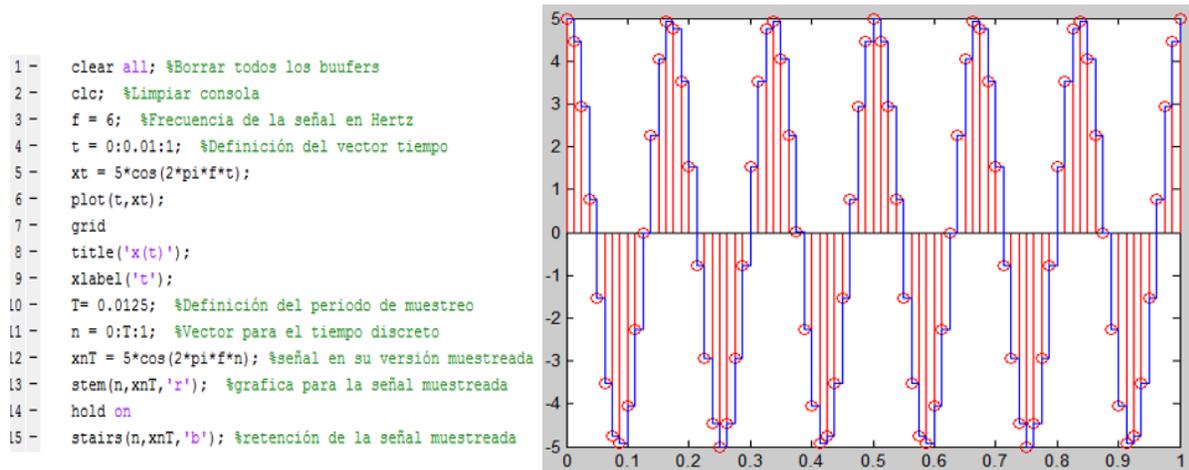
Imagen obtenida de
<http://www.istockphoto.com/>

Es un gusto apoyarte con nuestro tema 3, **Sistemas de control muestreados**, el cuál es la última instancia a la parte teórica de este curso. A partir del tema 4, comenzaremos con la parte más compleja de esta materia: el involucramiento de las matemáticas en la explicación de algunas cuestiones en los sistemas de control digital.

Te propongo que preguntes a tus alumnos si algo no quedó claro de los temas pasados y aclares las dudas. Siempre incita a tus alumnos que den lo mejor de sí en las actividades dentro del aula, ya sea en manera individual o en parejas.

Las actividades han sido diseñadas especialmente para que repasen los conceptos más importantes al tema.

A continuación te comparto un ejemplo de código en Matlab (que también corre en Octave) para que repases con tus alumnos el proceso de muestreo y el de retención, para que de esta manera se pueda visualizar en forma gráfica la diferencia entre ambos.



Esta pantalla se obtuvo directamente del software que se está explicando en la computadora para fines educativos.

Tema 4. Transformada Z

Estimado colega:

Me complace apoyarte con el tema 4, **Transformada Z**, el cual resulta de suma importancia para los temas subsecuentes en este curso, pues sienta las bases matemáticas de un sistema en el dominio del tiempo discreto.



Apóyate en los libros de Kuo (2009), Ogata (1996) y algunos otros que sean de tu agrado. En ellos puedes obtener distintos ejemplos para que los resuelvas junto con los alumnos en clase y practiquen este tema.

Te invito a que exhortes a tus alumnos a que realicen lo mejor posible la actividad, ya sea individual o en parejas, del presente tema.

Te recomiendo que compartas a través de Blackboard los siguientes videos que tratan sobre la transformada Z:



Radke, R. (2014, 22 de septiembre). *DSP Lecture 8: Introduction to the z-Transform* [Archivo de video]. Recuperado de <https://www.youtube.com/watch?v=ikbLAWtYE3s>



Kashyap, S. (2012, 26 de abril). *Introduction to Z Transform* [Archivo de video]. Recuperado de <https://www.youtube.com/watch?v=wG6VUnkrO90>



Kashyap, S. (2012, 26 de abril). *Properties of Z Transform* [Archivo de video]. Recuperado de <https://www.youtube.com/watch?v=205F1QwQDXM>

A continuación te comparto la solución de los problemas de transformada Z de la actividad del presente tema:

$$a. \frac{e^1 \text{sen}(2)z}{e^2 z^2 - 2 \cos(2) e^1 z + 1} = \frac{2.4717z}{7.389z^2 + 2.2624z + 1}$$

$$b. \frac{z}{z - 10^{-1}} + \frac{e^2 z}{(z - e^2)^2} = \frac{z}{z - 0.1} + \frac{7.389z}{(z - 7.389)^2}$$

c.
$$\frac{z}{z-0.1} + \frac{5(0.1)z}{(z-0.1)^2}$$

d.
$$\frac{z}{z-e^{-5}} = \frac{z}{z-0.00673}$$

e.
$$\frac{4z}{z-0.5} + \frac{3z}{z-0.1} + \frac{0.3z}{(z-0.1)^2}$$

f.
$$\frac{z}{z-e^3} + \frac{5(1-e^6)z}{6(z-1)(z-e^{-6})} = \frac{z}{z-20.0855} + \frac{0.833(1-0.002478)z}{(z-1)(z-0.002478)}$$

Tema 5. Transformada Z inversa

Estimado colega:

Me es grato apoyarte con el tema 5: **Transformada Z inversa**.



Para este tema te sugiero que busques ejemplos en los libros de Kuo (2009), Ogata (1996) y algunos otros que sean de tu agrado, para que los resuelvas junto con los alumnos en clase y practiquen este tema.

Te invito a que exhortes a tus alumnos a que dediquen tiempo para realizar de forma adecuada la actividad del tema.

Te recomiendo que compartas a través de Blackboard los siguientes videos que tratan sobre la transformada Z inversa:



Radke, R. (2014, 25 de septiembre). *DSP Lecture 9: Inverse z-Transform; Poles and Zeros* [Archivo de video]. Recuperado de <https://www.youtube.com/watch?v=kqEMuUsBIJU>



Van Veen, B. (2012, 29 de diciembre). *Inversion of the z-Transform: Partial Fraction Expansion* [Archivo de video]. Recuperado de https://www.youtube.com/watch?v=aelioE_4Wuc

A continuación te comparto la solución de los problemas de transformada Z de la actividad del presente tema:

a. $100 - \frac{100z}{z - 10^{-1}} + \frac{12}{0.1} \frac{z}{(z - 0.1)^2} \Rightarrow 100\delta[n] - 100(0.1)^n + 1.2n(0.1)^n$

b. $\frac{9.5z}{z - 0.2} - 6.5 \Rightarrow 9.5(0.2)^n - 6.5\delta[n]$

c. $3(\sqrt{3})^n \cos(2.618)$

d. $\frac{0.8172z}{z - 1.1475} - \frac{0.8172z}{z + 3.7475} \Rightarrow 0.8172(1.1475)^n - 0.8172(-3.7475)^n$

e. $5\text{sen}(1.57)$

f. $\frac{3.125z}{z - 0.8} - \frac{3.125z}{z + 0.8} \Rightarrow 3.125(0.8)^n - 3.125(-0.8)^n$

Módulo 2. Análisis de Sistemas de Control Discreto

Tema 6. Función de transferencia en sistemas de control discreto

Estimado colega:

Te doy la bienvenida nuevamente ahora en este módulo 2 que comprende los temas 6, 7, 8, 9 y 10. Es un gusto poder ayudarte en nuestro tema 6: **Función de transferencia de sistemas de control discreto**. Como viste, todos los subtemas inmersos en este tema 6 están directamente relacionados con sus similares en **ingeniería de control**, sólo que para estos temas se utiliza la transformada Z en lugar de la transformada de Laplace.



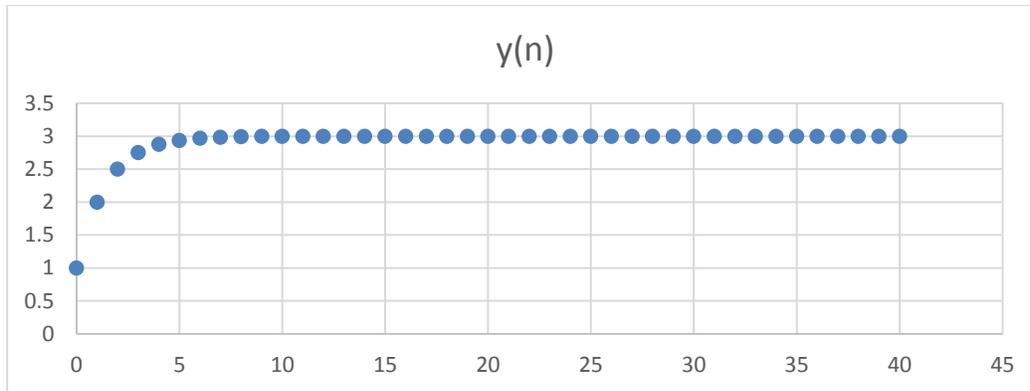
Te sugiero que para una mejor preparación leas el capítulo 4 de nuestro libro de texto en sus cuatro primeros subtemas, también puedes apoyarte de los libros de Kuo (2009) y Ogata (1996).

La actividad para este tema está *ad hoc* para que tus alumnos practiquen los cuatro subtemas correspondientes al tema presente. Practica con ellos ejercicios en Excel como apoyo a sus respuestas.

Te comparto la solución de la actividad correspondiente a este tema:

Punto 1

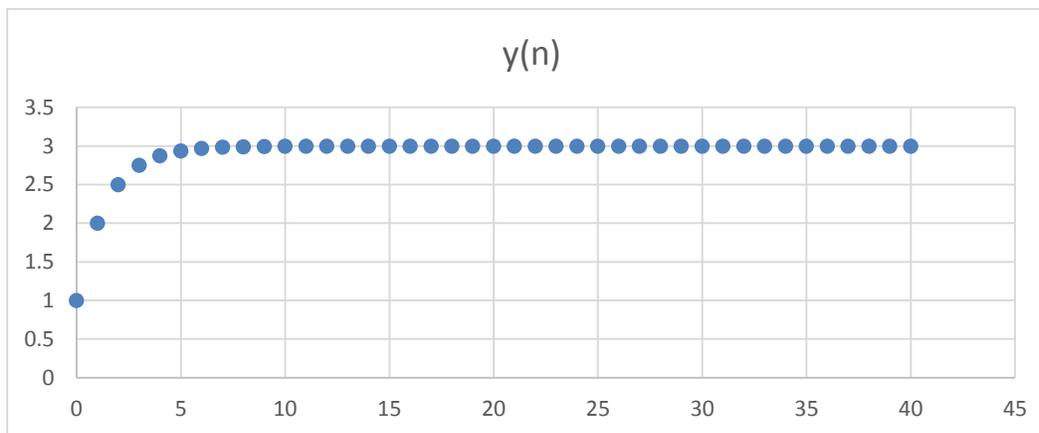
a.



$$\mathbf{b.} \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{1+0.5z^{-1}}{1-z^{-1}} = \frac{z+0.5}{z-1}$$

$$\mathbf{c.} \text{ Si } x[n] = (0.5)^n, \text{ entonces } X(z) = \frac{z}{z-0.5}$$

$$Y(z) = \frac{z+0.5}{z-1} \frac{z}{z-0.5} \Rightarrow Y(z) = \frac{3z}{z-1} - \frac{2z}{z-0.5} \Rightarrow y[n] = 3 - 2(0.5)^n$$



$$\mathbf{d.} V_f = \lim_{z \rightarrow 1} (1 - z^{-1}) \left\{ \frac{z+0.5}{z-1} \frac{z}{z-0.5} \right\} = \frac{1.5}{0.5} = 3$$

Punto 2

```
>> z = tf('z');
>> Gz = (0.2*z + 1)/(z^2 - 0.3*z + 0.5)
```

Gz =

$$\frac{0.2 z + 1}{z^2 - 0.3 z + 0.5}$$

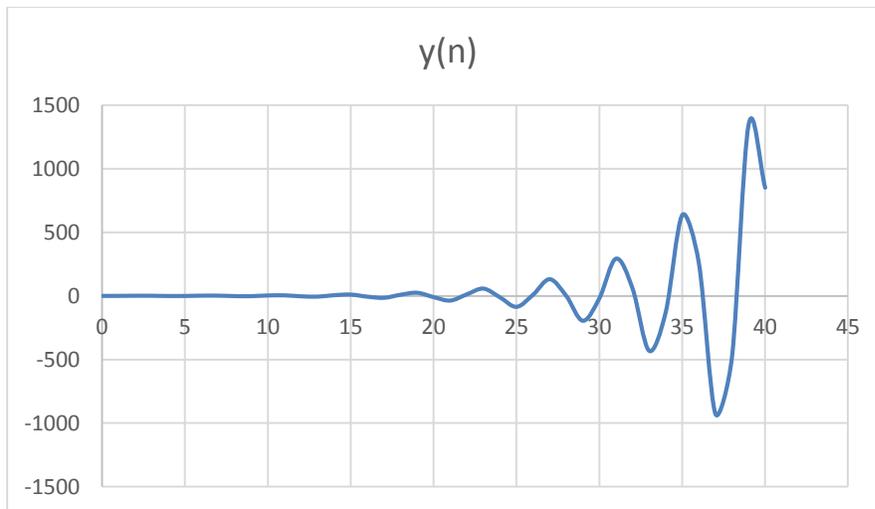
Sample time: unspecified
Discrete-time transfer function.

```
>> Gpz = feedback(Gz,1)
```

Gpz =

$$\frac{0.2 z + 1}{z^2 - 0.1 z + 1.5}$$

$$y[n] = 0.1y[n-1] - 1.5y[n-2] + 0.2x[n-1] + x[n-2]$$


Tema 7. Estabilidad en sistemas discretos

Estimado colega:

Ya estamos a la mitad del curso y te sigo exhortando a que continúes dando lo mejor de ti con el objetivo de apoyar a los alumnos. Me complace poder ayudarte con el tema presente, **Análisis de estabilidad en sistemas discretos**.



Te recomiendo que leas el capítulo 4 (en la sección 3) de nuestro libro de texto y te apoyes en las obras de Kuo (2009) y Ogata (1996) para que juntos, tú y los alumnos, realicen ejercicios de los criterios vistos en clase y dominen este tema que puede ser necesario en temas subsecuentes.

¡Ánimo colega y sigue poniendo tu mayor esfuerzo! Te recomiendo que compartas a tus alumnos los siguientes videos para su mejor aprovechamiento en este tema:



Douglas, B. (2012). *Introduction to System Stability and Control* [Archivo de video]. Recuperado de <https://www.youtube.com/watch?v=uqjKG32AkC4>



Douglas, B. (2012). *Stability of Closed Loop Systems* [Archivo de video]. Recuperado de <https://www.youtube.com/watch?v=yf09OrHa520>

A continuación te comparto la solución de los problemas de la actividad 7 del presente tema:

Punto 1

- a. No hay ningún valor para K que haga estable al polinomio
- b. No es estable

Punto 2

- a. No hay ningún valor para b que haga estable al polinomio
- b. $-0.4 < K < 1$



Tema 8. Identificación de Sistemas

Estimado colega:

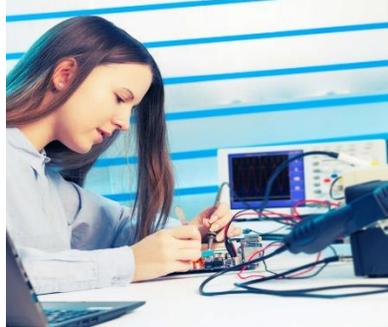


Imagen obtenida de <http://www.istockphoto.com/>

Es un gusto poder ayudarte con nuestro tema 8, **Identificación de sistemas**. Como pudiste ver, trabajamos con el plano s y no el z (al menos en la primera parte). En temas posteriores veremos dos métodos para pasar las funciones de transferencia dadas en Laplace a funciones de transferencia en Z .



Te sugiero que leas el capítulo 6 (sección 2) de nuestro libro de texto y la obra de Ogata (2003) para que encuentres ejemplos y puedas resolverlos en clase con tus alumnos. De esta forma no quedarán dudas para este tema.

A continuación te comparto la solución de la actividad correspondiente:

1. $\frac{3e^{-s}}{2s+1}$
2. $\frac{100e^{-2s}}{s^2 + 4s + 25}$

Tema 9. Identificación estocástica de sistemas

Estimado colega:

Me complace ayudarte con nuestro tema 9, **Identificación estocástica de sistemas**. Es importante que hagas ver a tus alumnos la importancia de utilizar algún software matemático para realizar

las operaciones que involucran matrices. Motívalos a que practiquen problemas que impliquen el método de mínimos cuadrados para que el tema sea más sencillo de comprender.



Te recomiendo que leas el capítulo 6, tema 6.4 del libro de Fernández del Busto y Ezeta (2013), para que disipes dudas y tomes ejemplos para que los realicen en clase tú y tus alumnos.



Imagen obtenida de <http://www.istockphoto.com/>

A continuación te dejo la respuesta al problema planteado en la actividad 9:

$$\theta = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.4 \\ -0.74 \\ 2 \\ -1.6 \end{bmatrix}$$

Tema 10. Equivalentes discretos de funciones de transferencia

Estimado colega:

Con este tema 10 cerramos nuestro módulo 2. Espero que hasta ahora todo vaya muy bien, así como también espero que los alumnos estén realizando sus correspondientes actividades para ir aclarando dudas de cada uno de los temas.

Es un gusto poder ayudarte con nuestro tema 10, **Equivalentes discretos de funciones de transferencia**. Los tres métodos vistos resultan adecuadas aproximaciones de funciones de transferencia discretas, a partir de funciones de transferencia continuas. Como sabrás, existen otros métodos más para hacer lo anterior (Método de Euler, Euler hacia atrás, etc.), si bien deseas verlos con tus alumnos queda a tu criterio y elección.

A continuación te comparto la solución de la actividad a realizar para el presente tema:

```

1 clear all %Borrar los buffers almacenados
2 clc %Limpiar la consola
3 s = tf('s');
4 Gs = (s*(s+0.3))/((s-0.2)*(s+0.7)); %Definir G(s)
5 step(Gs)
6 hold on
7 Gz1 = c2d(Gs,1,'matched')
8 Gz2 = c2d(Gs,1,'zoh')
9 Gz3 = c2d(Gs,1,'tustin')
10 step(Gz1,Gz2,Gz3)
Transfer function 'Gz1' from input 'u1' to output ...
      0.923 z^2 - 1.607 z + 0.6838
y1:  -----
      z^2 - 1.718 z + 0.6065

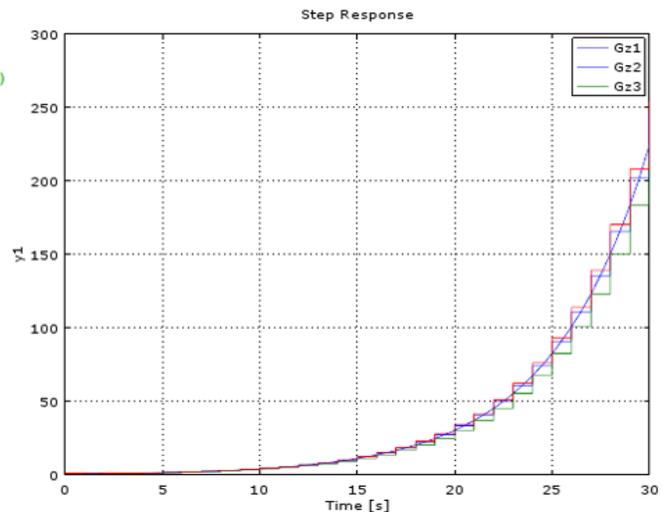
Sampling time: 1 s
Discrete-time model.

Transfer function 'Gz2' from input 'u1' to output ...
      z^2 - 1.819 z + 0.8187
y1:  -----
      z^2 - 1.718 z + 0.6065

Sampling time: 1 s
Discrete-time model.

Transfer function 'Gz3' from input 'u1' to output ...
      0.9465 z^2 - 1.646 z + 0.6996
y1:  -----
      z^2 - 1.704 z + 0.5885

Sampling time: 1 s
Discrete-time model.
    
```



Esta pantalla se obtuvo directamente del software que se está explicando en la computadora, para fines educativos.

Módulo 3. Algoritmos de diseño y sintonización de controladores digitales

Tema 11. Controlador PID

Estimado colega:

Te doy la bienvenida a este módulo 3 y último de nuestro curso de Control digital. Para el presente tema te sugiero practiques los métodos de sintonización vistos y, si es de tu agrado, poderles enseñar algunos otros como el de criterios óptimos. Es importante que remarques al alumno las consideraciones de diseñar un controlador PID digital, sus limitaciones físicas y técnicas e implicaciones que pudieran tener al hacer esto. A continuación te comparto la respuesta de la actividad:

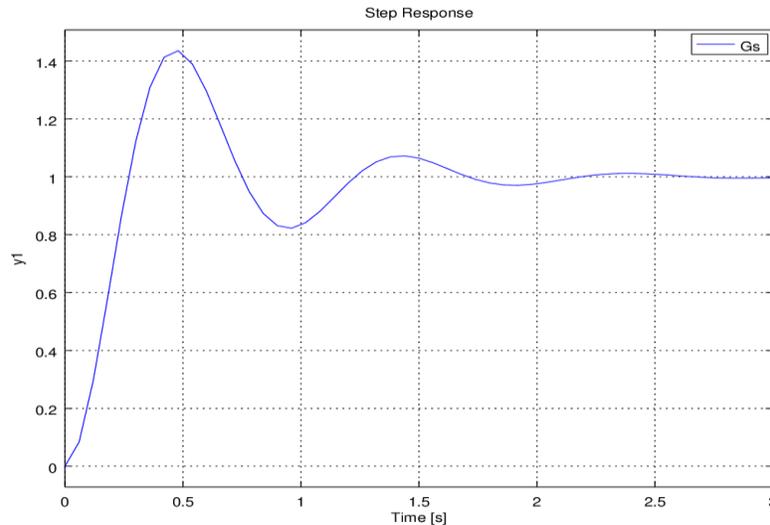
Si $K_u = 924$ y $T_u = 0.758$, entonces:

$$K_c = \frac{K_u}{1.7} = \frac{924}{1.7} = 543.5$$

$$T_i = \frac{T_u}{2} = \frac{0.758}{2} = 0.379$$

$$T_d = \frac{T_u}{8} = \frac{0.758}{8} = 0.0948$$

Y la respuesta al escalón es:



Esta pantalla se obtuvo directamente del software que se está explicando en la computadora, para fines educativos.

Tema 12. Variables de estado discreto

Estimado colega:

Te invito a que utilices los recursos de apoyo (video y lecturas) que se otorgan en este tema para que complementes el aprendizaje del alumno junto con la explicación dada. Aprovecha la actividad para que salgas un poco de la rutina de tantos ejercicios y problemas matemáticos y puedas ver otra cara del alumno en cuanto a su creatividad y seguridad frente al grupo. Ánimo y no olvides que el cierre del curso es muy importante para la evaluación del alumno.

Tema 13. Variables de estado discreto

Estimado colega:

Me es grato poder ayudarte con el tema 13, **Variables de estado discreto**. Para esta ocasión, es imprescindible que los alumnos y tú practiquen algunas operaciones elementales en Octave y utilicen wolframalpha.com cuando sea necesario. Como pudiste ver, el presente tema es un poco largo, te aconsejo que vayas explicando cada uno de los términos inmersos de manera breve y sin entrar tanto en detalle en el porqué de cada uno de ellos. Apóyate de nuestro libro de texto y de las obras de Ogata (1996) y Kuo (2009) para que tengas distintas alternativas de explicación y puedas realizar ejemplos ya hechos en cada una de dichas obras. A continuación te comparto la solución de la actividad:

a.

$$\begin{bmatrix} x1[k+1] \\ x2[k+1] \\ x3[k+1] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1.01005 & 1 \\ 1 & 1 & 1.01005 \\ 1.03045 & 1.01511 & 0.97726 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x1[k] \\ x2[k] \\ x3[k] \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0.3333 \\ 0.34348 \end{bmatrix} u[k]$$

$$y[k] = \begin{bmatrix} 4.7 & -2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x1[k] \\ x2[k] \\ x3[k] \end{bmatrix}$$

- b. $P(z) = z^3 - 2.97726z^2 - 0.111292z - 0.0007928$, sus raíces (polos) son: 3.0143, -0.0274 y -0.0096. Hay un polo fuera del círculo unitario, por tanto, el sistema es inestable.
-

Tema 14. Diseño en el espacio de estados discretos

Estimado colega:

Me complace ayudarte con nuestro tema 14, **Diseño en el espacio de estados**. Es importante que el tema anterior haya quedado claro, pues el presente tema es la continuación del mismo; atiende dudas y haz cuantos ejemplos sean necesarios para el aprendizaje eficaz del alumno. El uso de Octave sigue siendo clave, por tal motivo, te pido que practiques más las operaciones matriciales con dicho software. A continuación, te comparto la solución a la actividad:

- a. El sistema es no controlable, $\det(W_c) \approx 0$
b. El sistema es observable, $\det(W_o) > 0$

Las matrices controlable y observable son las siguientes:

$$\begin{bmatrix} 9 & 7.2 & 5.76 \\ -8.425 & -6.74 & -5.392 \\ -0.515 & -0.412 & -0.3296 \end{bmatrix}$$
$$\begin{bmatrix} 0.3 & 0.2 & 1 \\ 0.68 & 0.52 & 2.6 \\ 1.86 & 1.68 & 4.4 \end{bmatrix}$$

Tema 15. Control multivariable

Estimado colega:

Es un placer ayudarte con nuestro tema 15, **Control multivariable**, último de nuestro curso y de nuestro módulo 3. Como observaste, la actividad fue orientada más a comprender los sistemas multivariables en una situación real. Ogata (1996) y (2003), Kuo (2009) y Fernández del Busto y Ezeta (2013) mencionan muy pocas cuestiones de este tema, por ello, te sugiero que busques alternativas en la biblioteca digital, Internet o en otros autores. Fomenta al alumno a que vea y lea los recursos proporcionados para este tema y complementa su aprendizaje con la explicación del mismo. Si aún te queda tiempo, te aconsejo que prepares a tus alumnos rumbo al examen final atendiendo dudas específicas y particulares. Estimado colega, ¡muchas gracias y te deseo lo mejor en este cierre de curso!